Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 10 nº 20 (outubro/2010-março/2011) - pág.147-164
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

A ATIVIDADE MATEMÁTICA DE ADRIAAN VAN ROOMEN

Carlos H. B. Gonçalves
USP – Brasil

Zaqueu V. Oliveira
UNESP – Brasil

Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar e analisar as atividades matemáticas de Adriaan van Roomen, tais como se encontram em um subconjunto de sua correspondência. Mostramos que van Roomen foi um trabalhador ativo no que se refere a algumas das mais importantes questões matemáticas de seu tempo, como a quadratura do círculo e a construção de tabelas trigonométricas. Este artigo também mostra que van Roomen foi um observador atento da atividade matemática de seus contemporâneos. Como resultado, sugerimos que sua correspondência e suas obras podem ser tomadas como uma documentação muito produtiva dando acesso ao entendimento da atividade matemática no fim do século XVI e início do XVII, sem, contudo, perder de vista as especificidades desse pensador.

Palavras-chave: Adriaan van Roomen, Trigonometria, Matemática na Renascença.

Abstract

The goal of this paper is to present and analyse Adriaan van Roomen´s mathematical activities, as found in a subset of his correspondence. We show that van Roomen was an active worker as regards some of the most important mathematical issues of his time, such as the quadrature of the circle and the construction of trigonometric tables. The paper also shows that van Roomen was an attentive observer of the mathematical activity of his contemporaries. As a result, we suggest that his correspondence and works might be taken as a very productive documentation giving access to the understanding of mathematical activity in the end of the 16th century and beginning of the 17th, without, however, losing track of the particularities of this thinker.

Key words: Adriaan van Roomen, Trigonometry, Mathematics in the Renaissance.

1 – Introdução

Adriaan van Roomen é frequentemente lembrado pela disputa em que entrou com François Viète, ou ainda por seus estudos para o cálculo do número π. Entretanto, o trabalho de van Roomen foi mais amplo e mais elaborado do que esses episódios, normalmente apresentados isoladamente, podem nos levar a crer. Assim, o presente artigo tem a intenção de fornecer uma imagem historicamente mais correta de van Roomen. Para isso, apresentamos e analisamos os temas relacionados à matemática em que van Roomen esteve interessado, a partir de oito cartas suas, cuja tradução e análise realizamos.[1]

Nessas cartas, van Roomen aborda, além da problemática com Viète (seção 3), outros assuntos da ordem técnica da matemática, como a quadratura do círculo e a construção de tabelas trigonométricas. Além disso, como veremos a seguir, van Roomen toca em assuntos da ordem social da matemática, revelando-se um atento observador das atividades de outros estudiosos de seu tempo, dos livros publicados e das disputas intelectuais.

Adriaan van Roomen nasceu em Louvain, na Bélgica[2], em 1561, e faleceu em Mainz, na Alemanha, em 1615. De acordo com a dedicatória de sua obra *Ideae mathematicae pars prima* (1593), ele estudou matemática e filosofia no colégio jesuíta de Colônia, na Alemanha, foi professor de matemática e medicina na Universidade de Louvain e professor de medicina na Universidade de Würzburg.

Van Roomen manteve contato com Christoph Clavius, o influente padre jesuíta que participou da elaboração do calendário gregoriano. Clavius foi uma forte presença no Colégio Romano, onde atuou como professor desde 1565 até sua morte, em 1612. De sua atividade de professor, surgiram livros-texto, em especial o *Comentário sobre os Elementos de Euclides* e o *Comentário sobre a Esfera de Sacrobosco*, que influenciaram profundamente as gerações seguintes de matemáticos e astrônomos (LATTIS, 1994; HADDAD 2009; HADDAD & GONÇALVES, 2009). Van Roomen e Clavius se conheceram em 1585, em uma viagem que van Roomen fez a Roma. Na primeira carta enviada por van Roomen a Clavius de que temos notícia, datada de 11 de maio de 1592, van Roomen escreve sobre esse primeiro encontro e o que trataram naquele momento:

> "Saudações. Reverendo padre, talvez eu possa te parecer desconhecido; contudo, estando vago o assento (papal) pela morte de Gregório XIII, apresentando-me em

---

[1] As cartas traduzidas foram: a de 1 de julho de 1597; a de 17 de setembro de 1597; a de 10 de fevereiro de 1598; a de 15 de outubro de 1598; uma sem data, mas que provavelmente foi enviada em 1601; outra de abril de 1601; a de 15 de outubro de 1601 e a de 1 de novembro de 1601. Além dessas, foram traduzidas a carta do 4º dia antes das nonas de outubro de 1594, de van Roomen para Joseph Justus Scaliger (1540-1609) e a de 31 de março de 1595, de Scaliger para van Roomen. O texto latino utilizado é o contido na edição da correspondência de van Roomen elaborada por Paul Bockstaele (1976; 1992).

[2] Isto é, a atual Bélgica. Nesta, como em outras passagens, as indicações dos nomes atuais das nações são meras referências geográficas. As fronteiras e definições nacionais europeias dos séculos XVI e XVII, como é bem sabido, não correspondem necessariamente às atuais.

> Roma, tinha costume de reunir-me com Vossa Reverência. E então tratávamos de assuntos aritméticos e, principalmente, algébricos ".[3]

Van Roomen e Clavius continuaram a se corresponder até 1604. De sua correspondência sobreviveram dezenove cartas, reunidas na edição de Paul Bockstaele (1976; 1992). O contato entre esses dois estudiosos foi mais frequente em dois períodos: o biênio 1592-1593 e os anos entre 1597 e 1601.

No que segue, apresentaremos, inicialmente, as linhas gerais da prática matemática de van Roomen (seção 2). Depois, descreveremos sua resolução para o problema de Apolônio, proposto por Viète durante a disputa em que se envolveram (seção 3). Na seção 4, trataremos da construção de tabelas trigonométricas, elencando outros matemáticos que também se dedicaram e esse tipo de trabalho e indicando como eles construíam tais tabelas. Logo em seguida, traremos à tona aspectos das dissensões causadas pelas tentativas de resolução da quadratura do círculo (seção 5). Escreveremos, depois, sobre os esforços para o cálculo do número π (seção 6). A última seção trará alguns apontamentos a título de conclusão.

2 – Adriaan van Roomen: Um Matemático Renascentista

Segundo Bockstaele (1976), no período renascentista, a matemática não teria produzido nenhum resultado brilhante, ao contrário do que teria acontecido em outras áreas das ciências e das artes. Essa afirmação é, evidentemente, passível de problematização, dada a dificuldade de se encontrar uma definição consensual e historicamente aceitável para o que seja um resultado brilhante. Não seriam os estudos de Viète portadores de alguns resultados desse tipo, portanto um contra-exemplo para a afirmação de Bockstaele? No fundo a questão talvez não se ponha assim, mas é valiosa por nos remeter a uma tentativa de delineação das preocupações dos matemáticos do Renascimento.

Novamente, segundo Bockstaele (1976), a área da matemática nessa época teria ficado marcada principalmente por três características: (1) a redescoberta dos trabalhos dos antigos gregos, (2) seu re-estabelecimento de uma ligação com outras áreas da ciência e tecnologia, e (3) o interesse dos matemáticos pela prática científica em geral. Dentre alguns matemáticos típicos desse período, além do próprio van Roomen, estariam François Viète (1540-1603), conhecido pelos seus trabalhos de álgebra, e Ludolph van Ceulen (1540-1610), conhecido pelo cálculo de π com 35 casas decimais. Vejamos como esses aspectos podem ser identificados na trajetória de van Roomen.

2.1 – Redescoberta dos Trabalhos Matemáticos da Grécia Antiga

A obra *In Archimedis circuli dimensionem* (1597) é um dos textos de van Roomen que demonstram seu interesse pela matemática da Grécia antiga. Nesse trabalho, ele faz um estudo sobre a obra *Da Medida da Círculo,* de Arquimedes.

A matemática dos gregos é estudada também no que diz respeito a problemas de construção. Dentre eles, podemos citar o problema de Apolônio, que é tratado nas cartas de

[3] O original latino é: "Salutem Plurimam. Reverende Pater, licet hoc forsan tibi ignotus sim, sede tamen ob mortem Gregorij xiij vacante, Romae existens, Reverentiam vestram convenire solitus eram; tum quoque agebamus de rebus Arithmeticis, et potissimum Algebraicis".

1º de julho e 17 de setembro de 1597, e a quadratura do círculo, que é estudada em diversas cartas. A carta de 17 de setembro de 1597 também trata da quadratura das parábolas, problema resolvido ainda na Antiguidade por Arquimedes. Por fim, deve ser destacado que van Roomen realizou um estudo sobre os polígonos isoperimétricos na sua obra *Ideae mathematicae pars prima* (1593), assunto pelo qual Papo de Alexandria também se interessara.

A atenção ao estudo dos matemáticos gregos da Antiguidade também está implícita nas preocupações de van Roomen sobre o ângulo cornicular, isto é, o ângulo formado por elementos curvilíneos.[4] De acordo com a carta de 17 de setembro de 1597, van Roomen solicita a Clavius que escreva o que pensa a respeito do estudo de Euclides e Arquimedes sobre o tema e do que Viète está realizando naquele momento.

> "Viète nos oito livros do *Responsorum* aproveita o ensejo para discutir sobre o ângulo cornicular. Por ora, gostaria que me dissesses em três palavras o que pensas da concordância com Arquimedes e Euclides. Com efeito, Viète pensa que segundo Euclides o ângulo cornicular é uma quantidade, mas segundo Arquimedes, não é ".[5]

2.2 – A Matemática e as Outras Áreas da Ciência

A disciplina matemática no século XVI era considerada, mais comumente, matemáticas, no plural, pelo que se entendia um conjunto de disciplinas relacionadas. Essa multiplicidade das matemáticas provinha de uma tradição antiga, que, dentre outras coisas, intentava determinar uma classificação para as disciplinas matemáticas. Assim, ao longo de vários séculos, diversos autores, como Platão, Anatólio de Alexandria, Proclo, Isidoro de Sevilha, Luca Pacioli e Cristóvão Bruno, elaboraram em suas obras considerações sobre as divisões e partes que compõem esse grupo de disciplinas. O conceito de *quadrivium* ilustra bem a situação. Suas partes são, na classificação mais comum, exatamente as disciplinas matemáticas: aritmética, geometria, música e astronomia.

Entretanto, van Roomen vive em uma época de desagregação do currículo tradicional, tornando difícil uma classificação sem ambiguidades das disciplinas matemáticas bem como das demais.

Estabelecidos esses pontos, o interesse de van Roomen pela astronomia torna-se ora parte de suas preocupações com as disciplinas matemáticas, ora um interesse por uma nascente astronomia independente. A respeito do tema, na carta de abril de 1601, van Roomen escreve entusiasmado sobre as obras de Tycho Brahe (1546-1601).

> "Tycho Brahe trabalha até agora em Praga. Vi os instrumentos dele, que como que me encheram de estupefação. O preço deles chega facilmente a setenta mil coroas,

---

[4] Para as discussões na Antiguidade grega sobre o tema, ver Heath (1921).

[5] O original latino é: "Vieta in octava responsorum prebet occasionem disputandi de angulo corniculari. [...] Interim quid de convenientia Archimedis et Euclidis sentias velim tribus verbis mihi significes. Sentit enim Vieta secundum Euclidem angulum cornicularem esse quantitatem, at secundum Archimedem non esse".

> esforça-se por vendê-los ao imperador. Mas, na verdade, o imperador não parece estimá-los tanto”.[6]

Além disso, van Roomen comenta sobre a obra *De astronomicis hypothesibus* de Nicolas Raymarus Ursus (c.1550-1599), na carta de 15 de outubro de 1598. Ursus, nesse texto, dirige-se contra as insinuações de plágio de que Tycho Brahe o acusa, no que diz respeito aos seus sistemas de mundo serem muito semelhantes. Van Roomen foi também autor de uma obra de astronomia, *Ouranographia sive caeli descriptio*. A obra é dividida em três livros: o *liber primus* trata do que é feito e qual a forma dos céus, seus movimentos, o número das esferas e as estrelas; o *liber secundus* trata dos meridianos e paralelos terrestres, o horizonte, o equador e outras linhas que usamos para nos referenciar ao olhar para o céu; e o *liber tertius* trata do zodíaco, da eclíptica e de seus movimentos (VAN ROOMEN, 1591).

Contudo, o interesse de van Roomen não está restrito somente às disciplinas matemáticas. Sabemos, antes de tudo, de seu interesse pela medicina, área da qual foi professor na Universidade de Louvain e na Universidade de Würzburg. Como médico, recebeu o título de Médico Imperial do Imperador Rudolph II, em sua viagem para Praga em 1598, e orientou a tese de Joannes Faber (1574-1629)[7] (BOCKSTAELE, 1976). Faber é citado nas cartas de 15 de outubro de 1598 e de 25 de outubro de 1601, quando van Roomen escreve a respeito de correspondência enviada por Faber ao padre Christoph Marianus (1561-1607). A área da medicina é tratada com bastante ênfase na carta de 1 de novembro de 1601, na qual van Roomen dedica um grande parágrafo para descrever a Clavius o problema de saúde pelo qual está passando naquele momento, as dificuldades que encontra para o seu tratamento e as consequências na realização de seus trabalhos.

2.3 – As Práticas Científicas

Um aspecto pouco mencionado nos estudos de história da matemática é o que chamamos “as práticas científicas”. Com essa expressão, queremos nos referir às práticas de trabalho, isto é, os modos de proceder, os instrumentos a que se podia recorrer, a divisão do trabalho, enfim, aspectos que transcendem a história das técnicas matemáticas.

Um ponto digno de nota a respeito das práticas científicas é apresentado quando van Roomen escreve sobre o auxílio de calculadores a que o padre Christoph Grienberger (1561-1636) deveria recorrer para a construção de suas tabelas trigonométricas. Isso está na carta que provavelmente foi enviada em 1601.

> “Mas isso [a construção das tabelas] pode ser feito a não ser com imenso trabalho e longuíssimo tempo. De fato são requeridos 324000 senos; outras tantas

[6] O original latino é: “Pragae adhuc agit Ticho Brahe. Instrumenta ejus vidi, quae stuporem mihi quasi injecerunt. Praecium eorum ascendit facile ad septuaginta millia Coronatorum, nititur ea vendere Imperatori. At vero Imperator ea non videtur tanti facere”.

[7] A tese de Joannes Faber foi defendida no início de outubro de 1597 e foi publicada com o título: *Theses medicae de Febre putrida et febre pestilentiali quas divina Dei Opt. Max. adjuvante gratia sub praesidio clarissimi atque doctissimi viri domini Adriani Romani medicinae doctoris et professoris ordinarii, pro primo medicinae gradu acquirendo defendere conabitur in medico catholicae et celebris Herbipolensium Academiae Auditorio. Ioannes Faber Bambergensis eiusdem Facultatis Studiosus. Wirceburgi, Excudebat Georgius Fleischmann. Anno Domini M.D.XCVII.*

> tangentes e outras tantas secantes. Por isso ainda que o Reverendo Padre tenha dez calculadores, dos quais cada um ache dez senos quotidianamente, ainda assim serão requeridos 3240 dias para a tabela de senos somente, isto é, cerca de nove anos. Outro tanto para a tabela das tangentes e outro tanto para a tabela das secantes".[8]

Esse testemunho é um importante registro da possibilidade de ter ajuda de outras pessoas na exaustiva tarefa de construção de uma tabela trigonométrica. Vemos que a quantidade de cálculos necessários era demasiado grande mesmo para indivíduos acostumados com esse tipo de tarefa. Ainda com relação a esse ponto, na carta de 17 de setembro de 1597, van Roomen tece um comentário sobre a extração de raízes:

> "Pois no cálculo defendo que sou livremente muito desembaraçado e certo. Admirar-se-ia às vezes com as extrações de raízes, veria uma extração às vezes requerer oito ou nove folhas de papel, enquanto extraio raízes quadradas ou cúbicas ou outras a partir de números de quarenta casas e mais" .[9]

3 – O Problema de Apolônio

A história é bem conhecida. No prefácio da obra *Ideae mathematicae pars prima,* de 1593, van Roomen desafiou todos os matemáticos do mundo a resolverem uma equação.[10] O matemático francês François Viète resolveu o problema e publicou sua resposta na obra *Ad problema quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus Responsum*[11]*,* em 1595, e por sua vez desafiou van Roomen a resolver o chamado problema de Apolônio.

O desafio de Viète para van Roomen retomou um problema que fora proposto na Antiguidade por Apolônio de Perga. Tal problema consiste em construir um círculo tangente a três círculos dados, o que pode ser generalizado também para pontos e retas no lugar dos círculos dados. A solução de van Roomen foi publicada na obra *Problema Apolloniacum* que veio a lume em 1596.

Pouco tempo depois, na carta de 1º de julho de 1597, para Clavius, van Roomen redigiu alguns parágrafos para comentar a resolução do problema. No primeiro parágrafo sobre o tema, van Roomen externa sua alegria por Clavius ter gostado da resposta dada por ele a Viète. Enfatiza, porém, que nessa obra (*Problema Apolloniacum*) ele somente tratou

---

[8] O original latino é: "Verum id non nisi immenso labore, longissimoque tempore fieri potest. Requiruntur enim sinus 324.000; totidem tangentes, totidem et secantes. Quare etiamsi Reverendus Pater haberet decem calculatores, quorum singuli quotidie decem invenirent sinus, ad sinuum tamen tabulam solam requirerentur dies 3240, hoc est anni circiter novem. Tantumdem ad tabulam tangentium et tantumdem ad secantium tabulam". Os colchetes [ ] são nossos.

[9] O original latino é: "Nam in calculo potissimum me expeditum libere assero et certum. Miraretur aliquando radicum extractiones, videret unam extractionem nonnumquam requirere octo vel novem folia chartae, dum ex numeris quadringentarum literarum et plurium extraho radices quadratas vel cubicas vel alias".

[10] O *Problema mathematicum omnium totium orbis Mathematici ad construendum proposuit,* de van Roomen, é em notação moderna $x^{45} – 45x^{43} + 945x^{41} – 12300x^{39} + ... + 95634x^5 – 3795x^3 + 45x$ = constante (BIEN, 2007).

[11] Segundo Bien (2007), o tratamento algébrico e trigonométrico dado por Viète nessa obra teria sido o que o tornou um matemático famoso.

dos casos em que os três círculos dados são reciprocamente livres e promete abordar os casos restantes somente em outro momento, devido à falta de tempo.

Em outro trecho dessa mesma carta, van Roomen agradece a Clavius pela ajuda que ele estava lhe fornecendo para a resolução deste problema.

> "Por enquanto, agradeço a vossa Reverência porque me aconselhou; razão por que, de fato, deduzo o cuidado de sua Reverência em relação a mim".[12]

Cartas como essa são importantes para o entendimento da atividade criadora de van Roomen, pois ainda que possamos atribuir a ele um especial talento para a matemática, não podemos entendê-lo de maneira correta senão em relação aos homens de seu tempo. É (pelo menos em parte) do contato com esses homens que advém a produtividade de van Roomen.

3.1 – O Problema de Apolônio na Correspondência de van Roomen

Na carta de 1º de julho de 1597, van Roomen apresenta a Clavius a discussão de alguns aspectos técnicos associados ao problema de Apolônio. A carta é acompanhada de cinco figuras, que ilustram a abordagem discutida por van Roomen (BOCKSTAELE, 1976; GONÇALVES & OLIVEIRA, 2007).

O cerne da estratégia de van Roomen é, em termos modernos, caracterizar o conjunto dos pontos em que pode estar o centro de uma circunferência tangente a duas circunferências dadas. Fazendo referência ao que parece ser seu *Problema Appoloniacum*, de 1596, van Roomen trata inicialmente do caso em que as circunferências são "reciprocamente livres", isto é, externas e não tangentes. A figura 1 ilustra o argumento para duas circunferências dadas de centro C_1 e C_2 e de raios iguais, respectivamente, a R_1 e R_2, com $R_2 > R_1$.

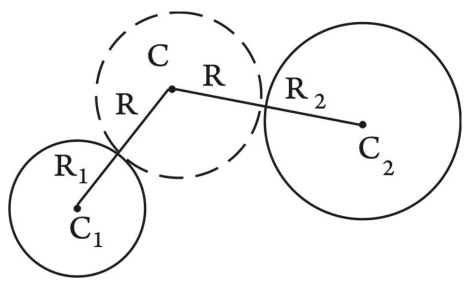

Figura 1: Circunferências "reciprocamente livres."

A circunferência de centro C e raio R é tomada como tangente às outras duas. Então a diferença entre as distâncias $d(C_2,C)$ e $d(C_1,C)$ pode ser calculada como:

$$d(C_2,C) - d(C_1,C) = (R_2 + R) - (R_1 + R) = R_2 - R_1$$

[12] O original latino é: "Interim gratiam ago Reverentiae vestrae quod me admonuerit; inde enim colligo studium Reverentiae suae erga me".

Isso mostra que os possíveis centros da terceira circunferência estão sobre um dos ramos de uma hipérbole de focos C_1 e C_2 e de diferença focal igual a $R_2 – R_1$.

Em seguida, na carta em questão, van Roomen relata que Clavius havia proposto o estudo do caso em que as circunferências tangenciam-se internamente. A figura 2 ilustra essa situação.

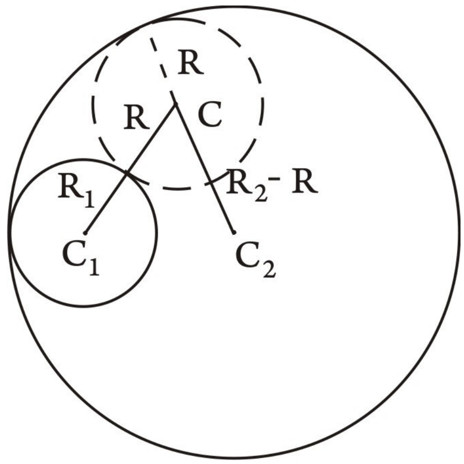

Figura 2: Circunferências tangentes internamente.

Na figura, são consideradas dadas, novamente, as circunferências de centro C_1 e C_2. A circunferência de centro C é então tomada como tangente a ambas. Nesse caso, calcula-se a soma das distâncias $d(C_2,C)$ e $d(C_1,C)$:

$$d(C_2,C) + d(C_1,C) = (R_2 – R) + (R_1 + R) = R_2 + R_1.$$

Isso mostra que os possíveis centros da terceira circunferência estão sobre uma elipse de focos C_1 e C_2 e de soma focal igual a $R_2 + R_1$.

As duas estratégias são, então, reunidas para prover a solução do problema de Apolônio em um caso diferente daqueles que van Roomen abordara anteriormente. O texto da carta não traz todos os detalhes desse caso particular do problema de Apolônio, mas há indicações suficientes para que se conclua que se trata da situação em que são dadas três circunferências, de centro H, X e Z. As circunferências de centro H e Z são tangentes internamente à circunferência de centro X. As circunferências de centro H e Z são também tangentes entre si, como na figura 3.

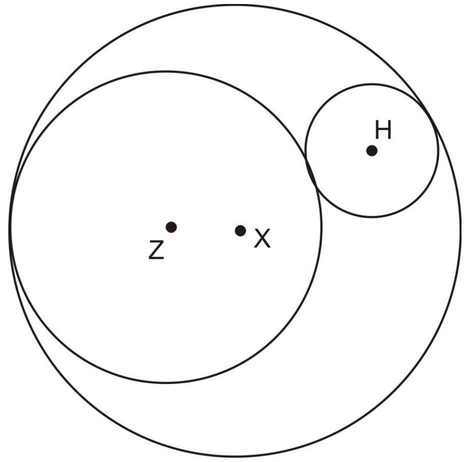

Figura 3: Um caso particular do problema de Apolônio.

Assim, a fim de obter a posição do centro de uma quarta circunferência tangenciando essas três circunferências dadas, considera-se uma hipérbole de focos Z e H (e diferença focal adequada) e uma elipse de focos X e Z (e soma focal adequada), a exemplo do que ocorre nas figuras 1 e 2. O centro M procurado, está na interseção da hipérbole com a elipse, como na figura 4.[13]

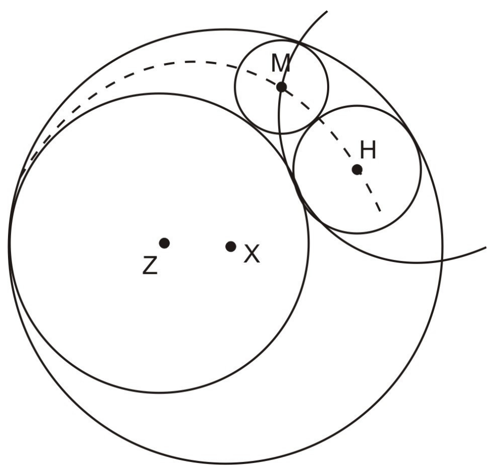

Figura 4: Solução de um caso particular do problema de Apolônio.

[13] Na figura, o traço contínuo indica um dos ramos da hipérbole considerada. O traço descontínuo, um trecho da elipse.

Na carta de 1º de julho de 1597, que aqui examinamos, o texto e a figura são como segue.

> "Somente não posso deixar de me admirar da hipérbole FM que conduzi no esquema [figura 5]. Pois, porque tomastes antes disso o terceiro círculo COF, que encontra o círculo AEFG no ponto F, tomas em seguida a hipérbole FM como se essa hipérbole devesse ir através do contato dos círculos AEF e FOC. O que eu não faria facilmente. Mas imagino que por causa da pressa."

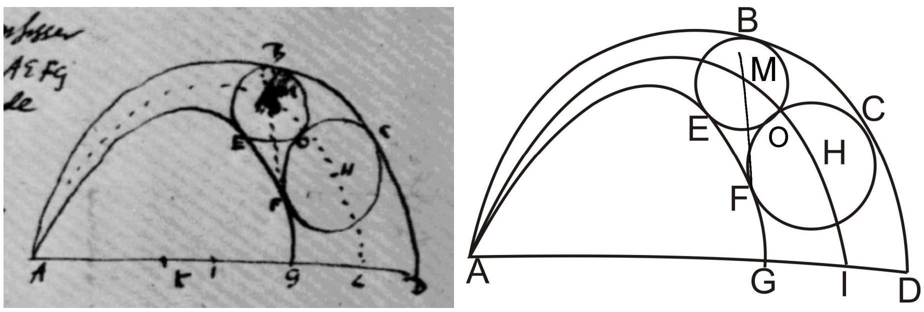

Figura 5: Figura na carta de van Roomen para Clavius, original (BOCKSTAELE, 1976, Plate II) e cópia.

4 – A Construção de Tabelas Trigonométricas

As razões para o impulso que a trigonometria ganha nos séculos XVI e XVII não parecem ser facilmente redutíveis a um conjunto bem definido de fatores, mas podemos supor que, com a ajuda de tabelas trigonométricas mais precisas, ficaria mais fácil calcular os ângulos relativos às estrelas na esfera celeste, sendo, portanto, um conhecimento com impacto na astronomia, astrologia e navegação. É possível também que parte do desenvolvimento na área tenha usufruído do "espírito de competição" que se instala em ambientes eruditos como consequência da Reforma Protestante e da Reforma Católica, levando católicos e protestantes a uma disputa pela primazia do conhecimento sobre o céu e, portanto, sobre a criação. Com relação ao último aspecto, a correspondência de van Roomen parece dar indicações preciosas (GONÇALVES & OLIVEIRA, 2007).

Van Roomen dedicou uma parte considerável de sua correspondência a seus estudos de trigonometria. Ele também cita George Joachim Rheticus (1514-1574) e o padre Christoph Grienberger, que foram matemáticos desse período notadamente dedicados à construção de tabelas trigonométricas.

Na primeira carta de que temos notícia que van Roomen enviou a Clavius, em 11 de maio de 1592, ele já estava trabalhando na construção de tabelas de senos, não para encontrar um método de construção, mas somente pelo exercício matemático.

> "Trabalhei muitíssimo na construção de uma tabela de senos, não precisamente para encontrar um método de construção, pois este já foi descrito por muitos, mas antes para que me exercitasse na própria construção".[14]

A carta sem data (ver nota 2), mas que provavelmente foi enviada no ano de 1601 para Clavius, trata exclusivamente dos cálculos de senos, tangentes e secantes de Rheticus e Grienberger. Apresenta também uma "Regra universal necessária para evitar erros nos cálculos de tangentes e secantes."[15]. Essa carta será comentada em mais detalhes na seção 4.2.

4.1 – As Funções Trigonométricas nos Séculos XVI e XVII

Hoje, o seno é usualmente considerado como uma função de uma variável, enquanto que nos séculos XVI e XVII era tratado como dependendo de duas variáveis. Isso acontecia porque o raio utilizado nas circunferências trigonométricas não era unitário, como usamos atualmente, mas podia assumir diversos valores na forma 10^r, com r natural. Na carta de 11 de maio de 1582, por exemplo, van Roomen menciona que estava construindo tabelas com raios de 10^{16}.

> "Assim, calculei tabelas de senos, tangentes e secantes; cada uma em relação a um diâmetro de 20000 0000 0000 0000, mas com arcos avançando de três em três graus."[16]

Em notação moderna, se indicarmos por SEN_r x o seno de um arco de medida x em relação a uma circunferência de raio 10^r, podemos escrever

$$SEN_r\ x = \text{sen}\ x\ .\ 10^r$$

Essa igualdade relaciona, portanto, um valor de seno do ponto de vista dos séculos XVI e XVII com um valor de seno do ponto de vista atual.[17]

As expressões seno total (*sinus totus*) e raio total (*radius totus*), que os matemáticos daquele período utilizavam, referem-se ao seno de 90 graus, pois este tem a mesma medida que o raio da circunferência. O seno total é representado, novamente em nossa notação, pela potência 10^r, e cada estudioso, em princípio, utilizava o raio que achasse melhor para seus cálculos. Porém, segundo van Roomen, o tamanho desse raio não era tão livremente escolhido, pois essa escolha depende de quantas casas decimais são requeridas nos resultados finais, como veremos em mais detalhes na seção seguinte.

---

[14] O original latino é: "In constructione tabulae sinuum plurimum labovari, non adeo ut rationem constructionis invenirem. Nam haec a pluribus iam est conscripta, sed potius ut me in ipsa constructionem exercerem".

[15] O original latino é: "Regula universalis ad evitandos errores in calculo tangentium et secantium necessaria".

[16] O original latino é: "Sic calculatus sum tabulas sinuum, tangentium et secantium; singulas respectu diametri partium 20000,0000,0000,0000, sed arcuum per ternos gradus procedentium."

[17] Nesta passagem e nas que seguem, indicamos sempre com maiúsculas os valores trigonométricos do ponto de vista dos séculos XVI e XVII.

A função cosseno não aparece comumente sob este nome naquele período. Quando necessário, fazia-se referência ao seno do complemento do ângulo dado. Naquele período, as funções tangentes e secantes são normalmente indicadas com esses nomes.

As medidas dos senos do complemento, tangentes e secantes também eram calculadas em relação ao seno total, ou seja, em relação ao raio da circunferência dada. Assim,

$$SEN_r\,(90^o - x) = sen\,(90^o - x)\,.\,10^r = cos\,x\,.\,10^r$$
$$TAN_r\,x = tan\,x\,.\,10^r$$
$$SEC_r\,x = sec\,x\,.\,10^r$$

4.2 – As Regras de Van Roomen para a Construção de Tabelas Trigonométricas

No século XVI, muitos matemáticos trabalharam exaustivamente na construção de tabelas trigonométricas. Van Roomen, em 1592, como já citamos anteriormente, na carta que enviou para Clavius, trabalhara já muito com cálculos trigonométricos. Em 1593, na sua obra *Ideae mathematicae pars prima*, traz os cálculos de lados de polígonos regulares de 3, 4, 5 e 15 lados, bem como dos polígonos obtidos a partir desses por sucessivas duplicações do número de lados, inscritos e circunscritos em uma circunferência de raio 10^{28} (BOCKSTAELE, 2009, 453). Isso já seria o começo para o cálculo de uma tabela de cordas, da qual pôde derivar uma tabela de senos (BOCKSTAELE, 1992a), entendendo os lados dos polígonos como cordas de uma circunferência e os senos como metade dessas cordas.

Nas cartas enviadas por van Roomen a Clavius e a Grienberger, a construção de tabelas trigonométricas continuou a ser um dos assuntos mais recorrentes, e com o passar dos anos percebe-se um grande avanço no desenvolvimento desse trabalho por parte de van Roomen. Especial a esse respeito é a carta sem data, mas possivelmente enviada em 1601 (BOCKSTAELE, 1976, 260), na qual a construção de tais tabelas é o único tema tratado. Essa carta pode ser dividida em três partes: inicia-se com uma censura às tabelas de Grienberger; em seguida, apresenta conselhos e regras para evitar erros na construção de tais tabelas; e, por fim, apresenta uma segunda censura, mas desta vez às tabelas de Rheticus.

Na primeira parte, van Roomen escreve sobre um conjunto de tabelas trigonométricas que Grienberger estava construindo: uma tabela de senos, que servia também para os senos dos complementos (nosso cosseno); uma tabela de secantes e uma de tangentes. Tanto a tabela de secantes com a de tangentes eram obtidas a partir da tabela de senos, através, respectivamente, das seguintes relações:

$$SEC_r\,x = 10^{2r} / SEN_r\,(90^o - x)$$
$$TAN_r\,x = 10^r\,.\,SEN_r\,x / SEN_r\,(90^o - x)$$

Na carta de van Roomen, somos informados que a tabela de senos de Grienberger apresentava os valores com 16 casas decimais, isto é, tratava-se de uma tabela em relação a um raio total igual a 10^{16}. Suas tabelas de secantes e tangentes, por outro lado, estavam sendo construídas para apresentar valores com 12 casas decimais, isto é, em relação a um raio total igual a 10^{12}. Van Roomen, em sua censura, alerta Grienberger para o fato que é impossível, para alguns arcos, obter 12 casas decimais significativas para secantes e tangentes a partir de apenas 16 casas significativas de valores de senos. Segundo van Roomen, para que as tabelas de tangentes e secantes fossem exatas, seria preciso um aumento de oito dígitos na tabelas de senos, ou seja, para se construir as tabelas de tangentes e secantes desejadas seria necessária uma tabela de senos com 24 casas decimais. A partir dessa observação, van Roomen apresenta diversos conselhos para sanar os problemas das tabelas.

O mais importante desses conselhos é apresentado na segunda parte dessa carta, sob o título *Regra universal necessária para evitar erros nos cálculos de tangentes e secantes*. É esse talvez um dos mais sofisticados resultados de Adriaan van Roomen, em que ele estipula o exato número de casas que devem ser aumentadas em um valor individual de seno ou cosseno, a fim de se obter a secante e a tangente de um arco. Logo em seguida, van Roomen mostra uma tabela com uma explicação sobre o funcionamento da regra e, por último, apresenta dois corolários obtidos a partir da dita regra.

A regra é intricada, e seu enunciado requereria uma explicação que levaria este artigo para bem além dos limites desejados. Um exemplo, contudo, pode ser esclarecedor. Em relação ao raio total 10^{10}, tomemos o valor de seno de 1 minuto de grau, isto é sen (1’). Em uma tabela trigonométrica típica do século XVI, esse valor seria o número inteiro

$$\mathrm{SEN}_{10}\,(1') = \mathrm{sen}\,(1') \,.\, 10^{10} = 2908882$$

A secante do arco do complemento de 1’, ou seja, a secante do arco de medida 89º 59’ pode ser calculada a partir do valor acima como

$$\mathrm{SEC}_{10}\,(89^{\circ}\,59') = 10^{20} / 2908882 = 34377468731973$$

O problema que surge dessa situação, como van Roomen percebeu, é que o valor da secante obtida a partir do seno de 1’ calculado acima é diferente da melhor aproximação inteira para o valor dessa secante:

$$\mathrm{SEC}_{10}\,(89^{\circ}\,59') = 10^{10} \,.\, \sec\,(89^{\circ}\,59') = 34377468192663$$

Assim, de fato, um valor de seno em relação ao raio total 10^{10}, por mais exato que seja, não pode dar o valor da secante com todas as casas decimais corretas. A *Regra universal necessária para evitar erros nos cálculos de tangentes e secantes* provê um modo de sanar esse problema.

Na terceira e última parte dessa carta, van Roomen escreve uma censura às tabelas de Rheticus, dividida em três proposições, das quais, entretanto, somente duas sobreviveram. As duas proposições remanescentes referem-se aos erros cometidos por Rheticus na construção de suas tabelas de tangentes e secantes, na mesma linha dos erros de Grienberger.

5 – A Quadratura do Círculo

À época de van Roomen, os problemas clássicos de construção ofereciam um amplo campo de exercitação e reflexão para os praticantes da geometria. São muitos os títulos publicados que trataram do assunto, principalmente da quadratura do círculo.

Nesse contexto, desenrola-se, a partir de 1590, uma batalha intelectual, tendo como eixo central as alegações de Joseph Scaliger (1540-1609) de ter feito a quadratura do círculo e a duplicação do cubo. Nesse ano, Scaliger anunciou, em um panfleto escrito em versos latinos e gregos, que tinha a resposta para estes problemas e que com sua quadratura corrigia Arquimedes.[18] No entanto, François Viète refutou as alegações de Scaliger. Sem dar ouvidos a Viète, em 1594, Scaliger publicou a obra *Cyclometrica Elementa duo*, onde escreveu sua resolução para a quadratura do círculo. Logo em seguida, Ludolph van Ceulen avisou Scaliger para que não distribuísse essa obra, a fim de não prejudicar a sua própria imagem. Scaliger, entretanto, o respondeu com desprezo. Quanto a Van Roomen, este enviou uma carta a Scaliger, datada de 4 de outubro de 1594, dizendo-lhe que estava com sua obra em mãos, mas que até aquele momento não tinha realizado a leitura (BOCKSTAELE, 2009, 436). Esta é uma das cartas de nosso universo documental, e o trecho a seguir aborda a questão:

> "Homem ilustríssimo, depois de terminada a feira de Frankfurt, vim a Frankfurt, onde entre o que sobrou da feira encontrei o livro escrito por Vossa Excelência sobre a quadratura do círculo, que sem dúvida desejávamos já há longo tempo. Mas nada escrevo sobre ele neste momento; quando me encontrar em ócio, relerei inteiro e transcreverei brevemente o que vier a pensar sobre a descoberta da quadratura".[19]

Acredita-se que van Roomen leu a obra de Scaliger e de alguma forma lhe enviou sua opinião, pois na carta em 31 de março de 1595 (de Scaliger para van Roomen), Scaliger se redime pelos erros que cometeu e envia juntamente o *Appendix ad Cyclometrica sua*. Nesta obra, Scaliger continua a alegar que Arquimedes está errado e a vangloriar-se de ter obtido a quadratura do círculo (BOCKSTAELE, 2009, 437).

Na parte da correspondência de van Roomen que analisamos, a controvérsia se faz presente em várias passagens. O trecho seguinte é da carta de 31 de março de 1595:

---

[18] Não se deve, entretanto, acusar Scaliger de ingenuidade. Sua crítica a Arquimedes estava ligada à *quaestio de certitudine mathematicarum*, que preocupou vivamente estudiosos do Renascimento (MANCOSU, 2008). As objeções de Scaliger ao método usado por Arquimedes em *Da Dimensão do Círculo* resumem-se ao seguinte: "em qualquer ciência, as conclusões devem ser deduzidas dos princípios daquela ciência e usando somente os meios próprios daquela ciência. Encontrar um quadrado cobrindo a mesma área de um círculo pertence à geometria, e, portanto é uma conclusão própria da geometria. Assim a quadratura do círculo deveria ser deduzida dos princípios da geometria. Mas não é esse o caminho pelo qual Arquimedes procedeu, porque ele tentou resolver a quadratura do círculo usando uma abordagem aritmética. Dessa forma, sua prova é sem valor, pois foi obtida com princípios que são estranhos à geometria" (BOCKSTAELE, 2009).

[19] O original latino é: "Clarissime vir, finitis jam Francofurtanis nundinis, Francofurtum veni, ubi inter nundinarum reliquias inveni librum ab Ecc. vestra conscriptum de quadratura circuli, quem sanè longo jam tempore desideravimus. Nihil autem de eo hoc tempore scribo; ubi ocium nactus fuero totum perlegam, atque quid de quadratura inventa sentiam breviter perscribam".

> "Julgo que minhas cartas foram entregues a ti juntamente com os apêndices da minha *Cyclometrica*, a partir dos quais pudeste observar quão excessivo sou com meus erros e que nem é preciso outro censor que não eu mesmo. Recebe enquanto isso esta discussão que te envio, na qual não só verás quão falsos sejam os que, tendo Arquimedes como mestre, fazem o círculo igual ao retângulo contido sob o semidiâmetro e semiperiferia, mas, também, quão mal parecem ter julgado seu próprio valor, a ponto de que não tenham podido compreender o que deixamos claro até para um garoto. Enquanto isso, tu, Romano, julga-nos com mais clemência do que até agora fizeste. Amo a liberdade, mas dentro de um limite e, por certo, a que é de um homem nobre. Se me tens apreço, responde ao que te envio. Com efeito, não são tamanhos nem tantos nossos erros que quais e quantos vos pareçam pelos altos Críticos."[20]

Na carta de 17 de setembro de 1597, para Christoph Clavius, van Roomen escreve que a obra de Scaliger não contém nada mais que frivolidades.

> "Envio minha análise do pequeno tratado de Arquimedes, juntamente com exercícios cíclicos, nos quais verás frivolidades, mas com os frívolos foi conveniente ser frívolo. (...) Verás também que eu rebaixei suficientemente o elevado ânimo dele. Pois quase não omiti nenhum detalhezinho que eu não demonstre ser de falsidade. Esperarei o que ele haverá de responder a isso".[21]

Apesar de van Roomen ter tentado mostrar a Scaliger seus erros, ele não se convenceu de ter errado. Van Roomen passa, então, a escrever uma obra detalhada sobre o problema grego. A obra *In Archimedis circuli dimensionem* só foi publicada em 1597, e com grandes dificuldades. Na carta de 17 de setembro de 1597, van Roomen escreve:

> "Escuta, porém, que coisa graciosa. Eu fiz um acordo de impressão com um tipógrafo calvinista genebrino para que produzisse o livro. (...) Foi com dificuldade que os calvinistas suportaram que eu, católico, rejeitasse a doutrina do mais célebre entre os calvinistas, a ponto de que muitos me tinham encorajado que desistisse desde o início. E com muito mais dificuldade suportaram que aquele livro contra um calvinista fosse impresso na principal cidade dos calvinistas. Assim, um tumulto surgiu entre os estudiosos de Genebra, quiseram proibir a impressão do livro e até quiseram que o original fosse suprimido. (...) Mas o tipógrafo (...) da obra empreendida pôs-se fiel ao contratador. (...) Defendeu que nada estava contido na obra que dissesse respeito à religião ou à saúde da república. O livro foi examinado e, como o tipógrafo defendeu, assim também

---

[20] O original latino é: "Puto meas literas tibi redditas esse una cum appendicibus ad Cyclometrica mea: Ex quibus potuisti animadvertere quam iniquus sim meis erroribus neque opus esse alio castigatore, quam me ipso. (...) Accipe interea hanc diatribam, quam tibi mitto, in qua non solum videbis, quam falsi sint, qui Archimede magistro, circulum aequalem faciunt rectangulo sub semidiametro & semiperipheria contento, sed etiam quam male existimationi suae consuluisse videntur, qui non capere potuerint quod & puero planum fecimus. (...) Tu interea mi Romane, clementius de nobis judica, quam hactenus fecisti. Ego libertatem amo, sed intra modum, & eam quidem quae homine ingenuo digna est. Si me amas, rescribes ad ea quae tibi mitto. Non enim tanti sunt, neque tot errores nostri, quanti & quot vobis summis Criticis videntur".

[21] O original latino é: "Mitto meam in Archimedis libellum analysin, una cum exercitationibus cyclicis, in quibus videbis nugas, at cum nugatoribus nugari oportuit. (...)Videbis me etiam satis ejus elatum animum depressisse. Nam vix punctulum unum omisi quod falsitatis non arguerim. Ego quid ad haec sit responsurus expectabo".

> fora julgado pelos censores. (...) O tipógrafo recorreu à autoridade de imprimir e produziu em verdade o livro sob o título da cidade de Würzburg.[22]

Essa obra contém, na primeira parte, o texto grego de Arquimedes *Sobre a dimensão do círculo* e uma tradução latina; a segunda parte traz refutações aos ataques de Scaliger à quadratura de Arquimedes; e na terceira parte, van Roomen analisa detalhadamente e refuta as quadraturas de Scaliger, de Orontius Finaeus (1494-1555) e de Nicolas Raymarus Ursus (1551-1600).

6 – O Cálculo de π

O que chamamos número π, a "razão entre o perímetro do círculo e seu diâmetro", nas palavras de van Roomen, também foi bastante estudado naquele período da história. Um estudioso que se destaca nesse assunto é Ludolph van Ceulen, que calculou o número π com 35 casas decimais. Esse resultado foi publicado somente em 1621 por seu aluno, Willebrord Snell, na sua obra *Cyclometricus,* e também foi gravado na lápide de van Ceulen em Leiden (STRUICK, 1981).

Van Roomen também foi um dos matemáticos a estudar esse tema. Na obra *Ideae Mathematicae pars prima*, van Roomen escreve o número π com 16 casas decimais, a saber, 3,1415926535897931 (VAN ROOMEN, 1593). Hoje sabemos que somente a última casa está errada. Nas cartas que lemos não foi encontrada nenhuma menção a algum método utilizado para esse cálculo.

7 – Conclusões

Os escritos de Adriaan van Roomen são, em nossa opinião, uma fonte muito produtiva para o entendimento da atividade matemática em fins do século XVI e início do XVII. Não se pode, entretanto, extrapolar os limites da documentação e atribuir indiscriminadamente as características de van Roomen a outros estudiosos dessa época. O contraste entre Viète, Scaliger e van Roomen parece confirmar esse necessário enquadramento da documentação.

Não sendo possível fazer o caminho do particular para o geral, correspondente a tomar van Roomen como um caso típico, é ainda assim possível fazer o caminho contrário e verificar como questões que têm algo de típico de seu tempo manifestaram-se e foram tratadas em sua matemática. É nesse sentido que van Roomen se torna informativo em muitos aspectos: no campo técnico da matemática, sobre o desenvolvimento da álgebra, a trigonometria e a quadratura do círculo; no campo do exercício prático da matemática, sobre a dificuldade e a morosidade dos cálculos aritméticos, a conveniência de auxiliares para esses cálculos e o recurso a patrocinadores (mencionado de passagem em uma das cartas de van Roomen a Clavius, como vimos acima); no campo sócio-religioso, sobre os

---

[22] O original latino é: "Sed audi lepidum quid. Ego de impressione conveni cum Typographo Genevensi Calviniano ut librum excuderet. (...) Aegre tulerunt Calviniani, me Catholicum, rejicere doctrinam celeberrimi inter Calvinianos, ideo multi me fuerunt hortati ut ab incepto desisterem. At vero multo egrius tulerunt librum illum contra Calvinianum, imprimi in civitate Calvinianorum capite. Ideo inter studiosos Genevenses tumultus ortus est, libri impressionem prohibere voluerunt imo et exemplar supprimi. (...) At Typographus (...) suscepti operis fidelem sese praestitit patronum. (...) Nil in opere contineri quod concerneret religionem aut Reipublicae salutem asseruit. Liber examinatus fuit et ut asseruit Typographus ita quoque a censoribus fuit judicatum. (...) Typographus extorsit authoritatem imprimendi et excusus est imo sub titulo civitatis Wurceburgensis.

conflitos entre o ambiente protestante e o católico, mediado pelo escrutínio das publicações, pelos movimentos dos matemáticos de seu tempo e pelo trato com as casas publicadoras.

Os escritos de van Roomen e, em particular, sua correspondência, são assim veículos para entendermos melhor essa época, identificando os detalhes específicos, que fizeram van Roomen ser um homem específico e individual, permeado pelas problemáticas de sua época.

8 – Referências bibliográficas

BIEN, Reinhold. Viète's Controversy with Clavius Over the Truly Gregorian Calendar. **Archive for History of Exact Sciences**, v. 61, p. 39-66, 2007.

BOCKSTAELE, Paul P. The Correspondence of Adriaan van Roomen. **LIAS – Sources and Documents Relating to the Early Modern History of the Ideas**. Amsterdã: Holland University Press, v. 3, p. 85-129, 249-299, 1976.

______________. The Correspondence of Adriaan van Roomen (1561-1615) – Corrections and Additions, 1594-1615. **LIAS – Sources and Documents Relating to the Early Modern History of the Ideas**. Amsterdã: Holland University Press, v. 19, p. 3-20, 1992.

______________. Adrianus Romanus and the trigonometric tables of Georg Joachim Rheticus. In: DEMIDOV, S. et al. (eds.). **Amphora: Festschrift for Hans Wussing on the occasion of his 65th birthday**. Basel, Boston, Berlin, p. 55-66, 1992a.

_____________. Between Viète and Descartes: Adriaan van Roomen and the Mathesis Universalis. **Archive for History of Exact Sciences**, v. 63, n. 4, p. 433-470, 2009.

GONÇALVES, C. H. B. & OLIVEIRA, Z. V. Geometria, Reforma e Contra-Reforma na Carta de 1 de julho de 1597, de Adriaan van Roomen para Clavius. **Circumscribere**, v. 3, 2007. Disponível em

http://revistas.pucsp.br/index.php/circumhc/index

HADDAD, T. A. S. Christoph Clavius, S.J. on the reality of Ptolemaic cosmology: Ex suppositione reasoning and the problem of (dis)continuity of early modern natural philosophy. **Organon** (Varsóvia), v. 41, p. 195-204, 2009.

_____________ & GONÇALVES, C. H. B. Sobre Antigos, Humanistas e Modernos: Três interpretações de Christoph Clavius. In: Alfonso-Goldfarb, A. M. et al. (orgs.). Centenário Simão Mathias. Documentos, Métodos e Identidades da História da Ciência. PUC-SP, p. 329-336, 2009.

HEATH, T. L. A History of Greek Mathematics. Oxford: Clarendon Press, v. 1, 1921.

LATTIS, James M. Between Copernicus and Galileo: Christoph Clavius and the Collapse of Ptolomaic Cosmology. Chicago, London: The University of Chicago Press, 1994.

MANCOSU, Paolo. The Philosophy of Mathematical Practice. Oxford: Oxford University Press, 2008.

STRUIK, Dirk J. Ceulen, Ludolph van, In: GILLISPIE, C. C. (ed.). **Dictionary of Scientific Biography**. New York: Scribner. 1981.

VAN ROOMEN, Adriaan. Ovranographia sive caeli descriptio. Antuérpia: Joannes Keerbergius, 1591.

_______________. Ideae Mathematicae pars prima. Antuérpia: Joannes Keerbergius, 1593.

Agradecimentos: Os autores gostariam de expressar sua gratidão a Claudio Possani, pela leitura e sugestões referentes à apresentação dos argumentos matemáticos, e a Angélica Chiappetta, pela leitura e sugestões referentes às traduções do latim para o português. Igualmente, os autores agradecem à FAPESP pelo financiamento recebido para a execução desta pesquisa.

Carlos H. B. Gonçalves
Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo

E-mail: bgcarlos@usp.br

Zaqueu Vieira Oliveira
Mestrando do Programa de Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista

Email: z.zaqueu@yahoo.com.br