Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 11 nº 22 (outubro/2011 - março/2012) - pág. 89-94
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

LEIBNIZ E A ARITMÉTICA BINÁRIA

Frederico José Andries Lopes
Universidade Fedral de Mato Grosso – UFMT – Brasil

(aceito para publicação em julho de 2011)

Resumo

Apresentamos uma tradução de *Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères 0 et 1, avec des remarques sur son utilité, et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohi*, de G. W. Leibniz (1646-1716), publicado nas *Mémoires de l'Académie des Sciences* de 1703, e considerado o artigo fundador da moderna Ciência da Computação.

Palavras-chave: Tradução, Leibniz, numeração binária.

[LEIBNIZ AND THE BINARY ARITHMETIC]

Abstract

We present a translation of *Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères 0 et 1, avec des remarques sur son utilité, et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohi*, by G. W. Leibniz (1646-1716), issued in the *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1703, and considered the founding article of the modern Computer Science.

Keywords: Translation, Leibniz, binary numbers.

1. Introdução

Certamente o conhecido filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716) não poderia imaginar que um artigo seu, escrito e publicado em um periódico científico francês de 1703, viesse a ter um impacto tão profundo e duradouro na sociedade dos séculos seguintes.

Mais do que toda sua filosofia, mais do que sua *Monadologia*, que tanto prezava, seu *Explication de l'arithmétique binaire* apresenta de forma simples e vibrante as bases da moderna Ciência da Computação, do funcionamento dos computadores digitais e dos onipresentes telefones celulares.

Escrito como reação a cartas que trocava com o missionário francês Joachim Bouvet (1656-1730), então residente em Pequim, esse artigo trata não só da possibilidade de representar e operar com números escritos apenas com os algarismos 0 e 1, como também faz alusões a questões filosóficas caras a Leibniz, principalmente à sua longamente planejada *Characteristica Universalis*. Estudiosos e praticantes do I Ching encontrarão também aqui o início da longa e frutífera relação entre o Ocidente e esse monumento literário e filosófico oriental.

O artigo apareceu originalmente nas *Memoires de l'Académie Royale des Sciences* em 1703. Para a presente tradução, utilizamos uma cópia fac-simile das páginas 223 a 227 dos *Leibnizens mathematische Schriften*, editados por C. I. Gerhardt e publicados em Halle, em 1859, disponíveis em http://www.archive.org/details/leibnizensmathe12leibgoog.

As tabelas que se encontram no artigo foram dispostas aqui aproximadamente como lá se encontram. Acrescentamos notas de rodapé para facilitar e contextualizar a leitura do texto.

Agradecemos a Fernando L. B. G. Sousa, mantenedor do site http://www.leibnizbrasil.pro.br, pela ajuda no esclarecimento de vários pontos menos claros e por diversas sugestões na tradução**.**

2. A tradução

EXPLICAÇÃO DA ARITMÉTICA BINÁRIA, QUE SE SERVE APENAS DOS CARACTERES 0 E 1, COM OBSERVAÇÕES SOBRE SUA UTILIDADE E SOBRE O SENTIDO QUE DÁ ÀS ANTIGAS FIGURAS CHINESAS DE FUXI.

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	0	1	1	3
0	0	0	1	0	0	4
0	0	0	1	0	1	5
0	0	0	1	1	0	6
0	0	0	1	1	1	7
0	0	1	0	0	0	8
0	0	1	0	0	1	9
0	0	1	0	1	0	10
0	0	1	0	1	1	11
0	0	1	1	0	0	12
0	0	1	1	0	1	13
0	0	1	1	1	0	14
0	0	1	1	1	1	15
0	1	0	0	0	0	16
0	1	0	0	0	1	17
0	1	0	0	1	0	18
0	1	0	0	1	1	19
0	1	0	1	0	0	20
0	1	0	1	0	1	21
0	1	0	1	1	0	22
0	1	0	1	1	1	23
0	1	1	0	0	0	24
0	1	1	0	0	1	25
0	1	1	0	1	0	26
0	1	1	0	1	1	27
0	1	1	1	0	0	28
0	1	1	1	0	1	29
0	1	1	1	1	0	30
0	1	1	1	1	1	31
1	0	0	0	0	0	32

etc.

O cálculo ordinário da aritmética se faz seguindo a progressão de dez em dez. São empregados dez caracteres, que são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que significam zero, um e os números seguintes até nove inclusive. E depois, chegando a dez, recomeça-se, e se escreve dez como 10, e dez vezes dez como 100, e dez vezes cem ou mil como 1000, e dez vezes mil como 10000, e assim em diante.

Mas no lugar da progressão de dez em dez, tenho empregado há muitos anos a progressão mais simples de todas, que vai de dois em dois, tendo descoberto que ela serve à perfeição da ciência dos Números. Assim, não emprego outros caracteres senão 0 e 1, e depois que chego a dois, recomeço. Isso porque dois se escreve aqui como 10, e dois vezes dois ou quatro como 100, e duas vezes quatro ou oito como 1000, e duas vezes oito ou dezesseis como 10000, e assim em diante. Eis a Tábua dos Números, disposta de maneira tal que é possível continuá-la o tanto quanto se deseja.

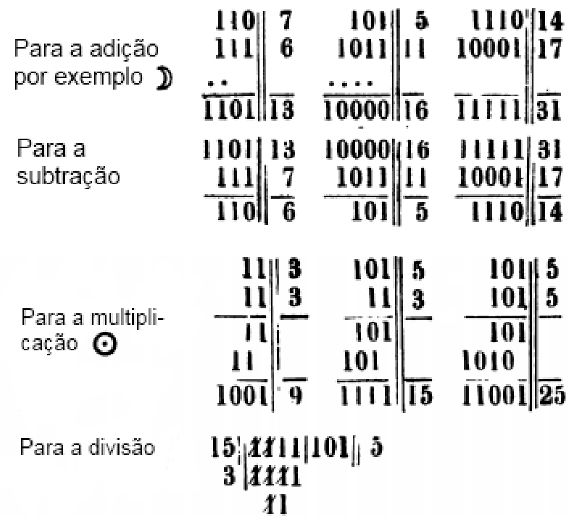
Vê-se aqui com um golpe de vista a razão de uma propriedade célebre da progressão geométrica dupla de números inteiros, que mostra que, tomando-se apenas um número de cada grau, pode-se compor todos os outros números inteiros abaixo do dobro do mais alto grau. Aqui é como se dissesse, por exemplo, que 111 ou 7 é a soma de quatro, de dois e um, e que 1101 é a soma de oito, quatro e um. Essa propriedade serve aos *Essayeurs*[1] para pesar toda sorte de massas com poucos pesos e poderia servir para que as moedas proporcionassem vários valores com poucas peças.

100	4
10	2
1	1
111	7

1000	8
100	4
1	1
1101	13

[1] *Essayeur* é o nome dado aos responsáveis pela pureza do ouro e da prata na fabricação de moedas.

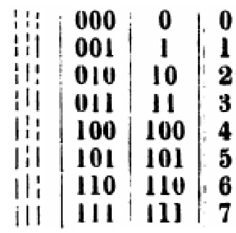
Assim estabelecida, essa expressão de números serve para fazer muito facilmente todos os tipos de operações.



E todas essas operações são tão fáceis que não há a necessidade de se testar ou adivinhar nada, como é preciso fazer na divisão ordinária. Não é necessário decorar nada aqui, como se faz no cálculo ordinário, em que é preciso saber, por exemplo, que 6 e 7 tomados juntos fazem 13, e que 5 multiplicado por 3 dá 15, seguindo a Tábua de uma vez um é um, chamada Pitagórica. Mas aqui tudo isso de verifica e se prova de princípio, como se vê nos exemplos precedentes sob os signos ☽ e ☉.

No entanto, não recomendo essa maneira de contar, introduzi-la no lugar da prática ordinária por dez, porque já estamos acostumados a ela, e não há a necessidade de aprender aquilo que já se sabe de cor; também a prática por dez é mais abreviada, e os números nela são menos longos. E se estivéssemos acostumados a avançar por doze ou por dezesseis, haveria ainda mais vantagem. Mas o cálculo por dois, ou seja, por 0 e 1, em compensação ao seu tamanho, é o mais fundamental para a ciência, e proporciona novas descobertas, que se mostram úteis, tanto para a prática dos números, quanto sobretudo para a geometria, e a razão para isso é que os números, reduzidos aos princípios mais simples, como 0 e 1, fariam aparecer em todos os lugares uma ordem maravilhosa. Por exemplo, na própria Tábua dos Números, vê-se em cada coluna reinar períodos que sempre recomeçam. Na primeira coluna é 01, na segunda é 0011, na terceira é 00001111, na quarta 0000000011111111, e assim em diante. Foram colocados pequenos zeros na Tábua para completar o vazio no começo de cada coluna, e por melhor marcar seus períodos. Também foram traçadas linhas, mostrando que o que essas linhas contêm se repete sempre. E se percebe ainda que os números quadrados, cúbicos e de outras potências, e também os números triangulares, piramidais e outros números figurados têm também períodos semelhantes, de maneira que suas tabelas podem ser escritas imediatamente, sem cálculo. E esta prolixidade inicial, que proporciona então um meio de poupar o cálculo e de ir ao infinito por regra, é infinitamente vantajosa.

O que há de surpreendente nesse cálculo é que essa aritmética de 0 e 1 contém o mistério das linhas de um antigo rei e filósofo chamado Fuxi[2], que se crê ter vivido há mais de quatro mil anos, e que os chineses veem como fundador de seu império e de suas ciências. Há várias figuras lineares a ele atribuídas que se relacionam todas a essa aritmética; mas basta apresentar aqui a figura de oito Cova[3], como se chama, tida como fundamental, e a ela acrescentar a explicação que é óbvia, desde que se note primeiro que uma linha inteira — significa a unidade ou 1, e em segundo que uma linha quebrada — significa o zero ou 0.



	000	0	0
	001	1	1
	010	10	2
	011	11	3
	100	100	4
	101	101	5
	110	110	6
	111	111	7

Os chineses perderam a significação dos Cova ou lineações de Fuxi talvez há mais de um milênio; eles têm feito comentários sobre elas procurando encontrar não sei quais sentidos distantes, de maneira que foi necessário que a verdadeira explicação agora lhes venha dos europeus.. Eis como: há não mais que dois anos, enviei ao Rev. Pe. Bouvet[4], célebre jesuíta francês que mora em Pequim, minha maneira de contar por 0 e 1, o que foi o suficiente para fazê-lo reconhecer que essa é a chave das figuras de Fuxi. Então, escrevendo-me em 14 de novembro de 1701, me enviou a grande figura desse príncipe filósofo que chega a 64, o que não deixa mais dúvida sobre a verdade de nossa interpretação. Assim pode-se dizer que esse padre decifrou o enigma de Fuxi com a ajuda do que lhe comuniquei. E como essas figuras são talvez o mais antigo monumento de ciência que há no mundo, essa restituição de seu sentido, depois de um tão grande intervalo de tempo, parece ainda mais curiosa.

A concordância das figuras de Fuxi com minha Tábua de Números é melhor percebida quando na tabela são supridos os zeros iniciais, que parecem supérfluos, mas que servem para marcar melhor o período da coluna, como de fato os acrescentei com pequenos círculos[5] para distingui-los dos zeros essenciais, e esse acordo me faz ter uma elevada opinião sobre a profundidade das meditações de Fuxi, pois o que agora nos parece fácil não o era de modo algum naqueles tempos distantes. A aritmética binária ou diádica é, com

---

[2] Fuxi (~2.900 a.C.) é uma figura semi-lendária chinesa, reputado como o criador da pesca, da escrita e do I Ching.

[3] O conjunto desses oito trigramas é chamado de Ba Gua, a base dos 64 hexagramas do I Ching.

[4] Joachim Bouvet (1656-1730), missionário jesuíta francês. Bouvet e Leibniz se corresponderam entre 1697 e 1707.

[5] Esses pequenos círculos devem ter figurado nos manuscritos originais de Leibniz, e não aparecem no artigo impresso, como podemos perceber.

efeito, muito fácil hoje em dia, por pouco que nela se pense, porque nossa maneira de contar a ajuda muito, da qual parece que retiramos apenas o excesso. Mas essa aritmética ordinária por dez não parece tão antiga; pelo menos os Gregos e os Romanos a ignoravam e foram privados de suas vantagens. Parece que a Europa deve sua introdução a Gerbert, feito papa com o nome Silvestre II, que a herdou dos Mouros da Espanha.

Como se crê na China, Fuxi é ainda autor dos caracteres chineses, ainda que bastante alterados pelo andar do tempo; seu ensaio de aritmética faz pensar que ele poderia ainda descobrir algo de importante em relação aos números e às ideias, se se pudesse trazer à tona o fundamento da escrita chinesa, ainda mais que na China se acredita, que ele teve consideração com os números quando os estabeleceu. O Rev. Pe. Bouvet está fortemente inclinado a perseguir esse ponto, e é bem capaz de o conseguir. No entanto, não sei se ele teve alguma vez com a escrita chinesa uma vantagem próxima daquela que deve haver necessariamente com uma Característica[6] que projeto. Que todo raciocínio que se pode tirar das noções poderia ser tirado de seus caracteres através de um cálculo, o que seria um dos mais importantes meios de ajudar o espírito humano.

* * *

Bibliografia

JEUGE-MAYNART, Isabelle (ed.). *Le Multimédia Petit Larousse 2010*. Paris: Éditions Larousse, 2010.

LEIBNIZ, G. W. *Leibnizens mathematische Schriften.* C. I. Gerhardt (ed.), *in Leibnizens gesammelte Werke.* G. H. Pertz (ed.). H. W. Schmidt: Halle, 1859. Disponível em http://www.archive.org/details/leibnizensmathe06leibgoog. Consultado em 05/01/2011.

Sites consultados:

http://www.leibniz-translations.com. Mantido por Lloyd Strickland.

http://www.leibnizbrasil.pro.br. Mantido por Fernando L. B. G. Sousa.

Frederico José Andries Lopes
Departamento de Matemática – UFMT – Cuiabá - Brasil

E-mail: frelopes@gmail.com

[6] Leibniz se refere à *Characteristica Universalis*, um conceito recorrente em sua obra. É comumente pensada como uma linguagem formal universal na qual seriam expressos conceitos matemáticos, científicos e metafísicos.