Revista Brasileira de História da Matemática – Vol 2 nº 3 (Abril/2002) – pag. 93 - 102
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira da História da Matemática
ISSN 1519-955X

LA UTILIDAD COMO PRESUNTA RETORICA EN TEXTOS DE MATEMATICAS

Mario H. Otero
Universidad de la República, Uruguay

(encaminhado em abril de 2001)

Resumen

1. Se exponen las tesis de Katherine Neal sobre el carácter retórico de las afirmaciones de utilidad de las matemáticas. 2. Se recuerda y critica una tendencia hoy bastante generalizada de asumir ese carácter en los textos científicos. 3. Se presenta un texto de Abraham bar Hiyya y su influencia sobre el nacimiento de la matemática europea, 4. Se destaca el carácter básico de su geometría y las aplicaciones al arte de los agrimensores. 5. Se presentan algunos aportes significativos en dicha geometría. 6. Se insiste, con base en el caso presentado, en el papel genuinamente inductor de los problemas prácticos.

Abstract

1. Katherine Neal's theses on the rhetoric character of the utility statements of mathematics are presented. 2. The rather generalized tendency nowadays of assuming this rhetorical character in scientific texts is recalled and criticized. 3. A text from Abraham bar Hiyya and its influence on the birth of European mathematics is introduced. 4. The basic character of his geometry and the application to the art of surveyors is emphasized. 5. Some significant contributions in such geometry are presented. 6. The genuinely inductor role of the practical problems, based on the case presented, is insisted upon.

1. Katherine Neal sostiene en „The rhetoric of utility: avoiding occult associations for mathematics through profitability and pleasure“ (*History of Science* , v.37, 1999) una tesis fuerte, a nuestro modo de ver errónea, pero desarrolla además información y argumentos interesantes sobre las matemáticas inglesas de los siglos XV y XVI. Afirma allí que los matemáticos renacentistas de esas tierras tienen como propósito la afirmación de su autoridad intelectual y elevar su status entre otros intelectuales. Le resulta ingenuo asumir que los resultados matemáticos como tales bastaban para persuadir que sus obras eran algo más que una bolsa de triquiñuelas (a bag of tricks). Su tesis, brevemente expuesta, es que la retórica de la utilidad jugó un papel fundamental en las estrategias matemáticas de esos tiempos. Según ella ha sido poco notado el fuerte uso de la retórica de la utilidad en los libros de texto matemáticos. Eso habría estado destinado a descartar que las matemáticas fueran

demonológicas y ocultistas, que fueran prácticas ilícitas. La caza de brujas y las luchas religiosas en la postreforma habrían exigido probar que las matemáticas eran ortodoxas en religión o, por lo menos, que no eran francamente heterodoxas. Así dice:

> "*The practical, vernacular, mathematical texts used their extended titls and epistles to the reader , as well as their instruments and the problems themselves, to portray mathematics as vital to such useful activities as astronomy, navigation, surveying, gunnery architecture and mensuration*'' (p,152).

Los matemáticos intentaban persuadir a los lectores de que las matemáticas podían ser a la vez provechosas y agradables (profitable and pleasurable).

> "*The practicioners constructed their arguments and their problems so that the utility of mathematics could be used to defuse their contemporaries' indifference to and hostility towards their discipline; they used this rhetoric in order to sell their texts, and as a technique to persuade their audience that mathematics was worth supporting and studying*'' (ibid).

Aunque no lo afirma así podría bien suponerse, y se confirma por textos posteriores del mismo artículo, que, según la autora, las matemáticas y los matemáticos sólo producían, en lo fundamental, retórica de la utilidad.

Katherine Neal toma en cuenta los aportes de E.G.R. Taylor, D.W.Water, M.Biagioli y una extensa bibliografía, aunque resulta sorprendente que no considere el importante libro de Hadden (1994) *On the shoulders of merchants*. De los primeros afirma que, aunque consideran la retórica de la utilidad, no dicen a qué se debe su importancia. „P.Zetterburg investigates the assumption of the vulgar that the gadgets connected with mathematicks were the result of a dansgerous confederacy with spirits and demons" (p.153).

Según Neal „to understand the development and utilization of claims of mathematical' utility as a persuasive device, we must first explore why such a technique was needed" (p.153).

La matemática producía efectos especiales como que „Mr.Austin studied mathematics so much ... that he became mad, fell a laughing, and so dyed". Francis Osborne (1656) dijo „that no study is worthwhile unless it would lead to profit, and that mathematics is a useful skill" . Agripa creía que cuando un mago aprendía filosofía natural y matemáticas, en especial aritmética, música, geometría, óptica, astronomía y mecánica, podía producir cosas maravillosas (p.156). Otro factor en la asociación de las matemáticas con prácticas ocultas residía en sus vínculos con la astrología; se creía que ésta derivaba de la aritmética y la geometría.

La asociación de las matemáticas con la magia se reflejaría en el uso obvio de símbolos y diagramas misteriosos en los manuales matemáticos.

Ciertos reformadores en el reino de Eduardo VI llegaron a destruir manuscritos matemáticos en Oxford porque creían que se trataba de libros de conjuros. Robert Ascham (1570) da otra razón para evitar el estudio de las matemáticas:

> "*Marke all Mathematicall heades, which he onely and wholly bent to these sciences, how solitarie they be themselves, how unfit to live with others, and how unapte to serve in the world*''.

Según Boyle las matemáticas además trababan la experimentación. Frente a ello los matemáticos, según la autora, propusieron un lenguaje fácil y accesible. Sin embargo ni los navegantes ni los estudiantes los necesitaban; era un período (circa 1500) en que Inglaterra era un país atrasado y sin una marina fuerte. Sólo la llegada de la Muscovy Company, instrumento de expansión hacia Oriente, cambió esta situación. Aún así el público que necesitaban los matemáticos era muy restringido.

Bajo Enrique VIII Sir Thomas Elyot señaló como virtuoso, para quienes fueran gobernantes, estudiar temas que mejoraran el „publik weale2 /la pública felicidad/. Esos temas debían ser geometría, astronomía y cosmografía con instrumentos, mapas y figuras para hacerlas más llevaderas. Aún las compañías de viajes en busca de esclavos requerían técnicas matemáticas para la redistribución del capital (p.162).

De allí surge, según la autora, la retórica de la utilidad: Robert Recorde (1542) decía que „nombre...is the onely thyng that separateth manne from beastes" . Sin números, según Recorde, los hombres no podían hacer prácticamente nada. Thomas Digges (1579) reconocía el aislamiento a que conducían las matemáticas según él (y, como vimos, también según Ascham), pero a la vez reivindicaba su utilidad y su reputación.

El título de obras como la de Richard Witt , *Arithmeticall Questions, Touching the Buying or Exchange of Annuities, Taking of Leases for Fines, or yearly Rent, Purchases of Fee-Simples; Dealing for a Present or Future Posessions; and Other Barggines and Accounts; wherein Allowance for Disbursing and Forbearance of Money is Intended...* , muestran el deseo de persuadir a los lectores.

Según la autora las formas de la retórica de la utilidad eran, como se ve, extremadamente variadas. Blundeville (1594) propone hasta un método para extraer raíces cuadradas y otros artificios, destinado a redistribuir sobre la marcha las tropas en los campos de batalla. Pero había cosas más urgentes en un campo de batalla que hacer operaciones complicadas, que extraer raíces cuadradas. La retórica indicada alcanza según Neal formas ridículas como ésa.

2. De todos modos la autora se ve impulsada a reconocer, más allá de su tesis que las cuestiones de saber con exactitud cuán útil era la matemática práctica, y la de quienes leían esos textos, son ambas difíciles de responder .

La tendencia a considerar todos los argumentos dados en favor del desarrollo de una retórica de la utilidad parece estar lejos de agotar las funciones de la matemática en la época referida. Más nos parece ser el resultado de una epidemia actual tendiente a considerar todo como retórica, o como texto. El obispo Berkeley se hubiera regodeado con ello y eso que solía utilizar argumentos más finos en favor de sus tesis. Sabemos que los matemáticos adquirieron prestigio no por la retórica que usaron sino más bien porque sus productos resultaron especialmente útiles, no siempre pero sí muy a menudo.

Los productos de las matemáticas empezaron a autoconsumirse en gran medida sólo mucho después. En ese momento cercano a nosotros surgió, quizás por ello, y se difundió ampliamente, una nueva retórica (ver Dieudonné *Pour l'honneur de l'esprit humain*). Pero ése es otro tema.

3. Hasta aquí hemos expresado serias dudas sobre las tesis sostenidas en Neal (1999), es cierto que sobre las matemáticas inglesas de los siglos quince y dieciséis. Retrocederemos ahora varios siglos. Es sabido el papel que se le atribuye a Leonardo de Pisa - llamado también Fibonacci-, con su *Liber abacci* (1202), en el surgimiento de las matemáticas en Occidente. Es menos conocida una de las fuentes - algunos dicen que la fuente principal - de este autor. Vamos a aludir a la obra de Abraham bar Hiyya (en adelante Abu), conocido también como Savasorda, sólo en relación con la llamada retórica de la utilidad. Savasorda es un matemático judío con sede en España y con fuerte presencia en Provenza.
Se han considerado fundadamente sus textos en paralelo con los posteriores de Fibonacci, de acuerdo con la comparación de M.Guttman, incluída en la versión al catalán. Esa traducción catalana (Barcelona, Alpha, 1931) bajo el título de *Llibre de geometria* es el texto que hemos utilizado aquí. Una sección entera de la *Practica geometriae* de Fibonacci estuvo fuertemente influída por Savasorda.

Martin Levey (1952, 1954) presenta una breve pero cuidada consideración de Abu que puede fungir como introducción a la obra de éste.

El aporte principal de éste es una geometría práctica, *Hibbur ha-meshihaw we-ha-tishboret*, traducida al latín en 1145 por Platón de Tívoli y por el mismo Abu como *Liber embadorun* . Abu escribió con anterioridad una Enciclopedia con contenido matemático de significación entre otros temas abordados allí.

Abu vivió la mayor parte de su vida en Barcelona (reino de Aragón), área de estudios árabes y cristianos y no habría formado parte de ningún grupo matemático. Escribió sus libros en hebreo y fue traductor al latín de obras en árabe y parece haber participado en la traducción de obras de Ptolomeo, Teodosio y Rodolfo de Brujas.

El año en que se tradujo el Hibbur también se tradujo por Roberto de Chester el álgebra de al-Khwarizmi; de ese modo ése puede ser considerado como el año de nacimiento del álgebra europea (Levey, op.cit.).

Las fuentes de Savasorda también están indicadas allí por Levey. Sin embargo, en una geometría práctica Abu incluye un tratado de geometría en sus aspectos más básicos. Levey nos dice: „Siguiendo a Herón, y no a Euclides, no acepta los números figurados pitagóricos en su explicación de los números /planos y cuadrados/, en general Savasorda prefirió las definiciones y explicaciones que pudieran ser aproximadas estrechamente a la realidad“. Por otra parte los matemáticos árabes y Savasorda - éste un milenio después - siguieron las líneas metodológicas de la más temprana geometría escrita en hebreo, *Mishnat ha-Middot* (circa 150 d.c.)

4. Dice Abu: He visto que la mayor parte de los sabios contemporáneos de la tierra de Francia no están instruídos en la medición de tierras ni son expertos en su partición por lo que confunden a menudo y dividen los terrenos entre los herederos con inexactitud... (Llibre de geometria , p.5).

Ya se ve desde el principio uno de los fines prácticos que le interesan a Savasorda, y no la retórica acerca de ellos. Deben distinguirse retórica para justificar los pasos de una disciplina retórica inocua, a la que no se refiere Neal, y que no designamos con ese término y retórica destinada a elevar el prestigio de la disciplina.

Lo más sorprendente sin embargo, como ya vimos, es la inclusión en el libro de fines prácticos, de un tratado íntegro de geometría básica, por más que el propósito práctico no esté oculto. Si sus alusiones a la relación entre la geometría y Dios son ellas sí retóricas o no, no es asunto que aquí nos interese. En algunos períodos anteriores hubo en países del Islam fuerte persecución de los matemáticos y científicos.

Esas frases podrían estar dirigidas a permanecer en la ortodoxia. Los fines prácticos de esta geometría no son de ninguna manera retóricos a menos que tratar de persuadir a los agrimensores franceses (de Provenza) de que actúen científicamente pueda llamarse retórico, o que todo texto científico, de todos los tiempos, pueda ser considerado sólo retórico. Esta última tendencia está hoy muy difundida pero resulta francamente delirante. El prólogo de la obra comienza diciendo Bendito y elogiado sea el Dios, grande y admirable . Poco después afirma:

> “*He visto que la ciencia del número y la ciencia de la medida siguen el camino de referencia y son útiles en muchas artes y que son necesarias en la práctica de la Ley, tal como está escrito...No podrás hacer esos cálculos, dividir un campo y la cantidad de sus frutos...si no eres perito en la ciencia del cálculo...La ley necesita la ciencia de la medida...De ahí extraerás que esas ciencias son necesarias a la Ley y dignas de ser enseñadas (p.4, subrayado del autor), y Lejos de ocuparse en cosas vanas el número y la medida se afanan en cosas muy pertinentes al mundo y a la Ley...La ciencia de la medida (Geometría) es difícil e inasequible para la mayoría de la gente...La mayor parte de los franceses confunde.../son/ falsarios...porque no hay peor defraudación que la que está en sus manos*’’ (p.5).

Abu da ejemplos adecuados de esas conductas y nos dice, al final de su prólogo:

> “*A causa del gran daño que se da por obra de aquéllos, me he esforzado.../en/ componer un libro sobre la medición de las tierras y sobre su partición, que explica toda esa práctica y da pruebas y argumentos basados en las ciencias de la Aritmética y la Geometría, de manera que no quepan dudas ni inexactitudes*’’ (p.8).

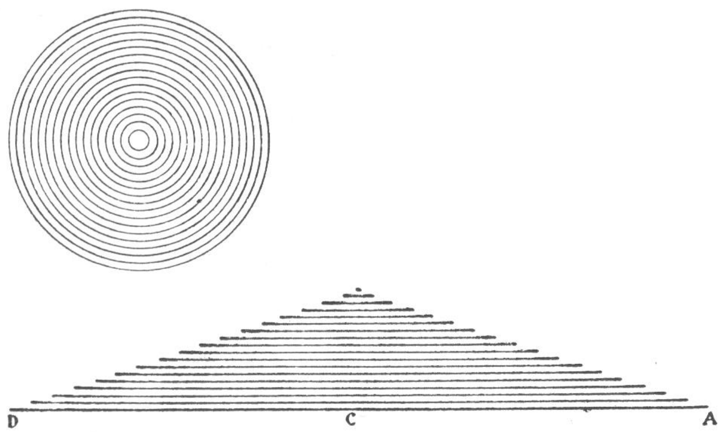
Y cierra el prólogo con un trozo o bien retórico o bien cuidadoso de la ortodoxia:

> "*Que Dios, poderoso y temible, conocedor de todo secreto, ...me ayude a que pueda explicar nuestro asunto, según la Ley y la rectitud, pues El enseñó la ciencia al hombre*" (ibid.)

Estimo que se puede efectuar pues una demarcación clara en el texto de Savasorda entre lo geométrico y sus fines prácticos - lo no retórico - y lo destinado a refrendar a Dios, lo ortodoxo, muy probablemente retórico.

5. No voy a entrar sino en muy pocos pasajes directamente matemáticos. El libro contiene cuatro capítulos: uno sobre los principios de la geometría y de la aritmética, otro sobre la medida de las tierras - que estudia cuadriláteros, triángulos, nuevamente cuadriláteros, medida de los terrenos de forma circular, en ese orden -, un tercero sobre la explicación de lo que se refiere a la división de las áreas, y un cuarto sobre los seres corporales que tienen las tres dimensiones. Salvo en casos muy difíciles, Abu presenta demostraciones de buen nivel para la época. Y una ordenación de teoremas que sus razones tenía. Aparecen o desaparecen curiosamente, o no, ciertos temas. Por ejemplo prácticamente sólo se utilizan ángulos rectos porque los agrimensores a quienes estaba destinada la obra no poseían instrumentos para medir ángulos distintos a aquellos.

Es particularmente interesante una forma de calcular el área de un círculo que aparece en la cuarta parte del segundo capítulo de la obra:



> “*Si se abre la superficie de un círculo por un lado y se aplanan todas las circunferencias concéntricas desde el exterior hasta el centro, se convertirán en rectas que irán disminuyendo sucesivamente hasta un punto que será el centro del círculo, de manera que entonces resultará un triángulo, el área del cual será la mitad de la base - o sea la circunferencia -, por la altura, o sea el radio*’’ (p.72-73).

No vamos siquiera a analizar este procedimiento, que lleva implícitas consecuencias de fuste. Con estas magras observaciones queremos sólo dar una idea del contenido matemático de la obra. Pero nuestro interés en Abu se relaciona con otro tema: el de la presunta retórica de la utilidad.

6. Aún en épocas de dominio teológico y de difusión de magia y de astrología - que contienen cosas serias aún para nosotros - y de todas clases de ciencias ocultas, como son las dos épocas (aún con notables diferencias) a las que hemos referido - la de las matemáticas inglesas en los siglos XV y XVI y la de este matemático judío que es puente entre las matemáticas griegas y las del Islam -, la utilidad de la geometría no es sólo retórica, aunque puedan serlo las alusiones a la divinidad, pues lo contrario sus peligros tenía....

El carácter genuinamente inductor de matemáticas, de los problemas prácticos, por ejemplo de la producción, y de las técnicas desarrolladas para resolvertos, hacen que no pueda considerarse la utilidad manifiesta de aquéllas como pura retórica. Lo contrario resulta no sólo especulativo sino también contrario a los elementos de prueba empíricos y a las hipótesis más razonables. Las tesis más fuertes y centrales de Katherine Neal no parecen para nada fundadas.

No caben dudas de que existen relaciones espúreas de las matemáticas con la práctica, sea de la física o de la vida, pero existen también relaciones estrechísimas que son auténticas. Sólo en el primer caso se trata de retórica, en el segundo de conexión auténtica con la práctica que a su vez induce la producción de resultados matemáticos.

BIBLIOGRAFIA para retorica

Alexander, A.R. (1995). Imperialist rhetoric and mathematical practice in early modern England; a literary approach to mathematics / tesis/.

Barka, R (ed.) (1994). *Chrétiens, musulmans et juifs dans l'Espagne médievale*. du Cerf, Paris.

Beaujouan, G. (1991). *Par raison des nombres; l'art du calcul et les savoirs scientifiques médiévaux*. Variorum, Aldershot.

Bennett, J.A. (1986). The mechanics' philosophy and the mechanical philosophy . *History of Science*, v.24.

Berggren, J.L. (1986). *Episodes in the mathematics of medieval Islam*. Springer, Berlin .

Biagioli, M. (1989). The social status of italian mathematicians, 1450-1600 . *History of Science*, v. 27.

Borkenau, F. (1932). The sociology of the mechanistic world-picture . *Science in Context,* v.1.

Gillispie, C.G. (1971) *Dictionary of scientific biography*. Charles Scribner's Sons, New York. Artículos Abraham bar Hiyya Ha-Nasi , Recorde, Robert , Fibonacci, Leonardo .

Grattan-Guinness (1994). *Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences*. Routledge, London.

- - - - -(1997). *The Norton history of the mathematical sciences*. Norton, New York.

Grossman, H. (1932) The social fundations of mechanistic philosophy and manufacture . *Science in context* , v.1.

Hadden, R. (1994). *On the shoulders of merchants*. State University of New York, New York.

Hiia, A.bar (1931), *Llibre de geometría*. Alpha, Barcelona.

- - - - - (1989) Pensamiento axiomático , *Galileo* , segunda época, n.1-2.

Hill, K. (1998). ' Juglers or schollers': negotiating the role of a mathematical practitioner . *British Journal for the History of Science*, v.31.

Hooykaas, R. (1987). The rise of modern science; when and why? . *British Journal for the History of Science*, v. 20..

Hoyrup, J. (1985) Varieties of mathematical discourse in the pre-modern socio-cultural contexts: Mesopotamia, Greece, and the latin middie ages . *Science and Society,* v. 49.

- - - - - (1987) The formation of islamic mathematics: sources and conditions . *Science in Context*, v. 1.

- - - - - (1989). Sub-scientific mathematics: observations of a pre-modern phenomenon . *History of Science*, v.27.

Johnston, S. (1991). Mathematical practitioners and instruments in elizabethean England . *Annals of Science*, v.48.

Kaye, J. (1998). *Economy and nature in the forteenth century; money, market exchange, and the emergence of scientific thought*. Cambridge University, Cambridge.

Kvasz, L. (1998) History of geometry and the development of the form of its langage . *Synthèse* , v. 116.

Levey, M. (1952). The Encyclopedia of Abraham Savasorda: a departure in mathematics methodology . *Isis*, v.43.

- - - - - (1954). Abraham Savasorda and his algorism; a study in early european logistic , *Osiris*, v. 7 .

Levy, T. (1996). La litterature mathématique hebraïque en Euroe du Xie. Au XVIe.siécle . En Goldstein, C.et al, *L Europe mathématique* .

- - - - - (1997). The establishment of the mathematical bookshelf of the medieval hebrew scholar: translations and translators . *Science in context*, v. 10.

- - - - - (1991). Science et tradition dans le monde juif et médiéval . En: Ribémont (1991).

Lindberg, D. (ed.) (1978). *Science in the middie ages*. The University of Chicago, Chicago.

- - - - -Lindberg, D. (1978). The transmission of greek and arabic learning to the west . En Lindberg *Science in the middle ages* .

- - - - - (1982). On the applicability of mathematics to natura; Roger Bacon and his predecessors . *British Journal for the History of Science*, v. 15.

- - - - (1992). Science in Islam . En Lindberg, D. *The beginning of western science; the european scientific tradition in philosophical, religious and institutional context*. University of Chicago, Chicago.

Mahoney, M.S. (1978). Mathematics . En Lindberg (ed.) *Science in the middle ages*.

Molland, A.D. (1981). Archimedian fortunes . *History of Science*, v.19.

Neal, K. (1999). The rhetoric of utility; avoiding occult associations for mathematics through profitability and pleasure . *History of Science* , v.37.

- - - - - (1985). *The social relations of physics, mysticism, and mathematics*. ReideI, Dordrecht.

- - - - - (1992) *Mathematics in society and history* . Kluwer, Dordrecht.

- - - - - (1993) The prometean task of bringing mathematics to earth . En Restivo et al. *Math worlds ...*

- - - - - (1994) *Science, society, and values; toward a sociology of objectivity*. Associated University Press.

- - - - - (1999) Mathematics practice in history and culture , *Science as culture* , v. 8.

Restivo, S., van Bengendem, J.P. Fisher, R. (eds.) (1993) *Math worlds; philosophical and social studies of mathematics and mathematics education*. State University of New York, New York.

Ribémont, B. (1991). *Le moyen age et la science; approche de quelques disciplines et personnalités medievales*. Klincksieck, París.

Sarton, G. (1936) The unity and diversity of the mediteranean worid , *Osiris*, v.2.

- - - - (1936) *The study of the history of mathematics*. Dover, New York.

Sohn Rettel, A. (1978) *Intellectual and manual labor* . MacMillan, New York.

Sorokin, P. Merton, R. (1935). The course of arabian intellectual development, 700-1300; a study in method . *Isis*, v.22.

Steele, R. (1922). *The earliest arithmetics in English*. Oxford University, London.

Struik, D. (1948) *A concise history of mathematics* . Dover, New York.

Unguru, S. (1975). On the need to rewrite the history of greek mathematics. *Archiv for the History of Exact Sciences*, v. 15.

Vera, F. (1947) *Los judíos españoles y su contribución a las ciencias exactas*. Fundación Fomento Cultural Hebreo, Buenos Aires.

- - - - - (1990) *Los matemáticos en el occidente latino medieval*. Diputación Provincial de Badajoz-Montano, Badajoz. Edición de José Cobos Bueno.

Warden, R.L. van der (1975). Defence of a shocking point of view . *Archiv for the History of Exact Sciences*, v.15.

Wussing, H.(1998). *Lecciones de historia de las matemáticas*. Siglo XXI, Madrid.

Youskevitch (1976). *Les mathématiques arabes (Vllle-Xve siécles)*. Vrin, Paris.

Mario H. Otero - Departamento de Historia y Filosofía de la Ciencia - Instituto de Filosofía.
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Universidad de la República, Montevideo, Uruguay
Rambla Gandhi 373
e-mail: mhotero@adinet.com.uy