Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática
Edição Especial da Revista Brasileira de História da Matemática. Vol. 11, nº23 – páginas 27-38
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

CONTRIBUIÇÕES DOS PENSAMENTOS MEDIEVAL E RENASCENTISTA PARA O DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA

Fábio Maia Bertato
CLE – Unicamp – Brasil

Resumo

Neste artigo apresentamos alguns aspectos das discussões, realizadas na Idade Média e no Renascimento, acerca da natureza das demonstrações matemáticas. Mostraremos como certas leituras de Aristóteles podem ter fornecido os conceitos fundamentais para o debate sobre o estatuto epistemológico da Matemática, que se desenvolveria na *Quaestio de certitudine mathematicarum.*

Palavras-chave: Idade Média, Renascimento, certeza da Matemática.

[CONTRIBUTIONS OF MEDIEVAL AND RENAISSANCE THOUGHT FOR THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS]

Abstract

This article presents some aspects of the discussions held in the Middle Ages and the Renaissance, about the nature of mathematical demonstrations. We show that certain readings of Aristotle may have provided the fundamental concepts for the debate on the epistemological status of mathematics, developed specially in the *Quaestio de certitudine mathematicarum.*

Keywords: Middle Ages, Renaissance, certainty of Mathematics.

1 – INTRODUÇÃO

Quando falamos de Idade Média, pensamos em uma Idade Média Ocidental, mais precisamente europeia, que nasce da mescla dos hábitos greco-romanos com os dos povos denominados "bárbaros", das tradições judaico-cristãs e do confronto físico e espiritual com o islamismo.

A noção de Idade Média surge a partir do século XVI e a de Renascimento se solidifica no século XIX. O termo *"Rinascità"* foi empregado por Giorgio Vasari (1511 - 1574), em sua famosa obra *Le vite de più eccelenti pittori, scultori et architetti*, referindo-se a um retorno da imitação direta da natureza nas artes, especialmente na Pintura (VASARI, 1550, 1568 e 1647).

A imagem amplamente difundida do Renascimento reflete a influência do historiador suíço Jacob Burckhardt (1818 - 1897). Em sua magnífica obra *Die Kultur der Renaissance in Italien*, Burckhardt retrata o Renascimento como o início da civilização moderna e introduz a periodização utilizada ainda hoje (BURCKHARDT, 1860).[1]

Considera-se que o primeiro autor a exibir a existência de uma ciência medieval foi o intelectual francês Pierre Duhem (1861 - 1916). Isso se verifica especialmente em sua famosa obra *Le Système du Monde* (DUHEM, 1913-1959). As próprias palavras de Duhem resumem sua tese sobre a **continuidade** da História da Ciência:

> *"Lorsque nous voyons la science d'un Galilée triompher du Péripatétisme buté d'un Cremonini, nous croyons, mal informés de l'histoire de la pensée humaine, que nous assistons à la victoire de la jeune Science moderne sur la Philosophie médiévale, obstinée dans son psittacisme; en vérité, nous contemplons le triomphe, longuement préparé, de la science qui est née à Paris au XIVe siècle sur les doctrines d'Aristote et d'Averroès, remises en honneur par la Renaissance italienne"* (DUHEM, 1913, p. VI; JAKI, 1990, p. 226).

Outros autores que defendem versões mais ou menos fortes da tese da continuidade são Alistair Cameron Crombie (1915 - 1996), George Sarton (1884 - 1956), John Herman Randall Jr. (1899 - 1980).[2] Dentre os que se posicionam de algum modo contrariamente aos anteriores, citamos Ernan McMullin (1924 - 2011) e Neal Ward Gilbert.[3]

Faz sentido falar de Idade Média e Renascimento? E, portanto, faz sentido falar da Matemática da Idade Média e do Renascimento? Nas palavras do medievalista Jacques Le Goff (1924 -),

[1] Para exemplificar a opinião de Burckhardt sobre a Idade Média, citamos: *"In the Middle Ages both sides of human consciousness – that which was turned within as that which was turned without – lay dreaming or half awake beneath a common veil. The veil was woven of faith, illusion, and childish prepossession, through which the world and history were seen clad in strange hues. Man was conscious of himself only as a member of a race, people, party, family, or corporation – only through some general category"* (BURCKHARDT, 1878, p. 81).

[2] Cf. CROMBIE, 1952, 1959, 1962 e 1971; SARTON, 1975; RANDALL, 1961 e 1992 .

[3] Cf. MCMULLIN, 1965; GILBERT, 1960 e 1963. Para discussões acerca das raízes da Ciência Moderna na Idade Média v. AGASSI, 1973; LINDBERG, 1992 e GRANT, 2002.

> *"como historiador, herdo uma periodização, modelada pelo passado – mas devo também me interrogar sobre esses cortes artificiais do tempo, às vezes nocivos à boa percepção dos fenômenos"* (LE GOFF, 2006, p. 54).

A partir da obra de Erwin Panofsky (1892 - 1968), considera-se que há **renascimentos**, no plural, e que a própria noção de Renascimento é dependente da História Medieval (PANOFSKY, 1960). A Idade Média é repleta de **renascimentos** e **reformas**.

2 - IDADE MÉDIA E RENASCIMENTOS

Podemos falar de um renascimento entre o fim do séc. VIII e o séc. IX, o Renascimento carolíngio, representado por Carlos Magno, caracterizado pela busca de uma edição mais autêntica da Bíblia e da Reforma da escrita.

Segundo o medievalista ítalo-americano Roberto Sabbatino López (1910 - 1986) o séc. X também deve ser considerado um Renascimento.[4] Os trabalhos de Charles Homer Haskins (1870 - 1937) chamam a atenção para o séc. XII como um Renascimento, marcado pelos desenvolvimentos na Filosofia e na Teologia e na fundação de escolas urbanas e das universidades.[5] No séc. XIII destaca-se o desenvolvimento de um método experimental, pautado na aplicação da Matemática. Os séculos XIV e XV formam, segundo a imagem idealizada pelo historiador holandês Johann Huizinga (1872 - 1945), o *outono da Idade Média*.[6]

O fim do séc. XV e o séc. XVI é considerado, deste ponto de vista, o "Grande Renascimento".

Após estas brevíssimas pinceladas, trataremos de um ponto fundamental como contribuição do período em questão: a "certeza da Matemática".

3 – CERTEZA DAS MATEMÁTICAS NA IDADE MÉDIA

Aristóteles, em sua obra *Analytica Posteriora*, afirma que *"conhecer* [*cientificamente*] *o quê difere de conhecer* [*cientificamente*] *o porquê"*,[7] isto é, o

[4] Com uma variação do refrão da "Alba bilíngüe de Fleury" (Cod. Vat. Reg. 1462, cf. LAZZERINI, 2010; CORNEJO, 1999) conclui López, poeticamente, o seu artigo "Still Another Renaissance?":

"[...] *What had been a small seed now becomes a youthful but already budding tree.*
Let us salute the renaissance of the tenth century with the enchanting refrain of a tenth-century poem, wich uses a language halfway between Latin and vernacular and a meter halfway between old and new:

> L'alba part umet mar atra sol
> Poy pasa bigil mira clar tenebras.

The dawn over the dark sea draws on the sun. She passes over the bill. See, the darkness is clearing!" (LOPEZ, 1951, p. 21).

[5] Cf. HASKINS, 1927.

[6] Cf. HUIZINGA, 2010.

[7] *"Τὸ δ' ὅτι διαφέρει καὶ τὸ διότι ἐπίστασθαι"* (*Analytica Posteriora*, I, 13, 78a22).

conhecimento do **fato** (*ὅτι*, *hóti*, "o quê") é distinto do conhecimento da **razão do fato** (*διότι*, *dióti*, "porquê"). Para ele, o conhecimento científico (*ἐπιστήμη*, *epistémê*) é obtido pela **demonstração** (*ἀπόδειξις*, *apódeixis*), que por sua vez significa um **silogismo** (*συλλογισμός*, *sullogismós*, "dedução").[8] Considera, portanto, dois tipos de demonstrações distintas: **demonstração do fato** (*ἀπόδειξις τοῦ ὅτι*, *apódeixis tou hóti*) e **demonstração da razão do fato** (*ἀπόδειξις τοῦ διότι*, *apódeixis tou dióti*), latinizadas como *demonstratio quia* e *demonstratio propter quid*, respectivamente.[9]

A *demonstratio quia* procede dos efeitos para suas causas e a *demonstratio propter quid* explica os efeitos através de suas causas. O exemplo dado por Aristóteles para o primeiro tipo de demonstração é o seguinte:[10]

Sejam C "os planetas" (*πλάνητες*), B "não brilhar" (*τὸ μὴ στίλβειν*) e A "estar próximo" (*τὸ ἐγγὺς εἶναι*).

Pode-se predicar B de C, pois "os planetas não brilham";
Também se pode predicar A de B, pois "o que não brilha está próximo";
Logo, A é necessariamente predicado de C, isto é, "os planetas estão próximos".

Tal demonstração é considerada por Aristóteles uma demonstração do fato, mas não da razão do fato, pois, os planetas não estão próximos porque eles não brilham e sim porque estão próximos eles não brilham.

O termo maior e o termo médio podem ser rearranjados de tal modo a se obter uma demonstração da razão do fato:

Sejam C "os planetas", B "estar próximo" e A "não brilhar":

B é um predicado de C ("Os planetas estão próximos");
A é um predicado de B ("O que está próximo não brilha");
Logo, A é predicado de C ("Os planetas não brilham").

---

[8] "*'Απόδειξιν δὲ λέγω συλλογισμὸν ἐπιστημονικόν· ἐπιστημονικὸν δὲ λέγω καθ' ὃν τῷ ἔχειν αὐτὸν ἐπιστάμεθα"* [*"Por demonstração quero dizer um silogismo científico; e por científico, quero dizer, aquele segundo o qual, tendo-o, conhecemos algo"*] (*Analytica Posteriora*, I, 2, 71b18-19). A *silogística* de Aristóteles é a teoria das inferências com duas premissas e uma conclusão, sendo estas apresentadas na forma de uma das quatro proposições categóricas: **A** ("Todo B é A"), **E** ("Nenhum B é A"), **I** ("Algum B é A") e **O** ("Algum B não é A"), representadas tradicionalmente pelas vogais das palavras latinas **A**FF**I**RMO ("eu afirmo") e N**E**G**O** ("eu nego"). As premissas possuem exatamente um t**ermo** (*ὅρος*, *hóros*) em comum, o termo **médio** (*μέσον*, *méson*), e os termos da conclusão são aqueles não compartilhados pelas premissas, os **extremos** (*ἄκρα*, *ákra*), denominados **maior** (*μεῖζον*, *meizon*, ou *πρῶτον*, *próton*, *"primeiro"*) e **menor** (*ἔλαττον*, *élatton*, ou *ἔσχατον*, *éschaton*, *"último"*). Na conclusão o termo menor é o predicado e o maior é o sujeito. De acordo com a posição do termo médio, os silogismos são divididos em três **figuras** (*σχήματα*, *schémata*), que podem ser definidas do seguinte modo: na primeira figura o termo médio é sujeito em uma premissa e predicado na outra; na segunda figura, o termo médio é o predicado e na terceira figura, o sujeito de ambas as premissas (cf. *Analytica Priora*, I, 4-6).

[9] Ou ainda: a primeira como *demonstratio* (ou *syllogismus*) *quod res* ou *essendi*; e a segunda como *demonstratio* (ou *syllogismus) τοῦ quamobrem* ou *causae*.

[10] V. *Analytica Posteriora*, I, 13.

Para Aristóteles, as demonstrações do fato e da razão do fato diferem em relação a uma ciência (*epistémê*) e em relação à posição dos termos médios (78b, 32-34). Além disso, também diferem quando são consideradas por ciências distintas, visto que estas estão relacionadas de tal modo que *"uma está sob a outra"* (*εἶναι θάτερον ὑπὸ θάτερον,* 78b, 36-37). Assim, a ótica está sob a geometria, a mecânica sob a estereometria, a harmônica sob a aritmética, a aparência dos céus (*φαινόμενα*, *fainómena*) sob a astronomia (78b, 37-39).

Aristóteles observa que algumas ciências possuem quase o mesmo nome como a astronomia matemática e a astronomia náutica; e a harmônica matemática e a harmônica acústica (79a, 1-2). Afirma ainda que *"nestes casos, corresponde ao observador saber o quê, enquanto o porquê corresponde ao matemático"*[11].

Dentre os silogismos, a primeira figura é a mais científica.[12] Por isso as demonstrações das ciências matemáticas apresentam-se nesta figura. A demonstração do fato se apresenta, exclusivamente ou na maioria dos casos, nesta figura (cf. 79a, 1-24).

A história do(s) aristotelicismo(s) é marcada pelos diversos comentários realizados por vários autores. Destaca-se a preocupação de seus comentadores na hierarquização das ciências (*scientiae*), artes (*artes*) ou disciplinas (*disciplinae*), bem como o estabelecimento do melhor tipo de demonstração em cada uma delas. Não havia um termo específico para estabelecer as suas relações. Roberto Grosseteste (c. 1170 - 1253), autor do primeiro comentário latino dos *Analytica Posteriora*, estabelece uma hierarquia determinada pela "subordinação" ou "subalternação" (*subalternada* e *subalternante*). Assim, a ótica é subordinada à geometria, a mecânica é subordinada à estereometria, etc.[13]

Estabelece-se assim uma espécie de relação de ordem estrita entre ciências comparáveis, cujo elemento maximal é, para um bom número de autores medievais, a "*philosophia prima*" (também denominada Metafísica, Teologia ou Doutrina Sagrada), do ponto de vista ontológico; e a Matemática, da perspectiva epistemológica.

Aristóteles, em sua *Metaphysica*, ao tratar do "método a ser seguido na busca da verdade"[14], afirma que a "*exatidão [akribologia] da matemática não deve ser esperada em todos os casos, pois somente nesta não há matéria*".[15] Em grego, o termo utilizado neste trecho é **"akribología"** (*ἀκριβολογία*, "exatidão", "precisão"). Freqüentemente, ao tratar das demonstrações matemáticas, Platão e Aristóteles empregam termos como "akribología", "akríbeia" e relacionados. **Akríbeia** (*ἀκρίβεια*) significa "precisão",

---

[11] *"ἐνταῦθα γὰρ τὸ μὲν ὅτι τῶν αἰσθητικῶν εἰδέναι, τὸ δὲ διότι τῶν μαθηματικῶν·"* (*Analytica Posteriora*, I, 13, 79a, 2-3)

[12] V. *Analytica Posteriora*, I, 14. Processos mnemônicos, para os modos válidos das três figuras, eram certamente bem conhecidos a partir do século XIII, como o apresentado por Pedro Hispano (c. 1205 - 1277). Tais processos baseavam-se em versos com expressões (*dictiones*) que auxiliavam (e ainda auxiliam) na memorização por meio de suas vogais. Os quatro modos válidos da primeira figura (**AAA**, **EAE**, **AII** e **EIO**) eram descritos por "B**A**RB**A**R**A**, C**E**L**A**R**E**NT, D**A**R**II**, F**E**R**IO"**, na versão latina (sem sentido real) e por "*γρ**ά**μμ**α**τ**α** **ἔ**γρ**α**ψ**ε** γρ**α**φ**ί**δ**ι** τ**ε**χν**ι**κ**ό**ς* [*"Letras gravou, com um estilo, um estudioso"*], na versão poética grega de Gennadius Scholarius (c. 1400 – c. 1473) (cf. BOCHEŃSKI, 1979, p. 214).

[13] Ou melhor: a ótica é "subalternada" à geometria; a geometria é "subalternante" à ótica, etc. Cf. NASCIMENTO, 2009.

[14] "[...] *quis sit modus conveniens ad considerandum veritatem*" (cf. TOMÁS DE AQUINO, *Sententia libri Metaphysicae*, 2, lectio V).

[15] *"τὴν δ' ἀκριβολογίαν τὴν μαθηματικὴν οὐκ ἐν ἅπασιν ἀπαιτητέον, ἀλλ' ἐν τοῖς μὴ ἔχουσιν ὕλην"* (*Metaphysica* II, 3, 995a 15).

"certeza" ou "ordem" e é empregado também na Balística. Quanto mais próximo do alvo, maior a akríbeia. Os autores medievais traduziram akríbeia por "*certitudo*" ("certeza").[16]

Ao comentar a referida passagem da *Metaphysica*, Averróis afirma que "*as matemáticas estão no primeiro grau de certeza e as* [*ciências*] *naturais as seguem*".[17] Tal trecho de seu comentário foi extensamente citado nas obras de autores medievais e renascentistas. São Tomás de Aquino, por sua vez, diz que Aristóteles *"mostra que o método, que é absolutamente o melhor, não deve ser demandado em todas* [*as ciências*]*"*, [18] ou seja, sua interpretação, neste trecho, é de que o melhor método de demonstração é o da Matemática.

No comentário 103 ao capítulo 14, do livro I dos *Analytica Posteriora*, Averróis infere ainda que as demonstrações matemáticas são digníssimas, pois são demonstrações *quia* e *propter quid*.

Consideramos esta leitura de Aristóteles acerca da "**certeza da Matemática**" uma notável contribuição da Idade Média para o desenvolvimento da ciência ocidental e para o desenvolvimento da própria Matemática. Tendo em vista que no livro da Sabedoria XI, 21, encontramos um "testemunho" da Revelação divina nesse sentido, garantindo que *"tudo consiste em número, peso e medida"*,[19] podemos imaginar a força de tal concepção para os autores medievais de tradição judaico-cristã.

Utilizando a teoria da subalternação das ciências, São Tomás desenvolve seus argumentos para mostrar que a "Doutrina Sagrada" (*Sacra Doctrina*)[20] satisfaz os requisitos de uma ciência aristotélica. Para o aquinate, *"ela procede de princípios conhecidos à luz de uma ciência superior, a saber, a ciência de Deus e dos bem-aventurados"*.[21] Deste modo, a teologia é subordinada à fé, tal como a perspectiva (ótica) está subordinada à geometria e a música à aritmética.[22]

A aceitação da Matemática como "modelo epistêmico" no mundo medieval, evidentemente, não foi universal. Basta citar alguém como São Pedro Damião (1007 - 1072), cuja obra é rica fonte de citações para os detratores da Idade Média. Damião, representante do *"contemptus mundi"* (*"desprezo do mundo"*), defende a teologia contra as ciências profanas. Afirma ele:

> *"Platão, examinando os ocultos segredos da natureza, fixa a trajetória circular dos planetas e calcula as órbitas dos astros; rejeito-o. Pitágoras*

[16] Para Giacomo (Jacopo) Zabarella (1533 - 1589), a melhor tradução para *ἀκρίβεια* seria *exactus*.

[17] *"Demonstrationes .n. Mathematicę sūt in primo ordine certitudinis: & demōstrationes Naturales consequūtur eas ĩ hoc"* (ARISTÓTELES, 1562, f. 35v).

[18] *"Ostendit quod ille modus, qui est simpliciter optimus, non debet in omnibus quaeri* [...]*"* (TOMÁS DE AQUINO, *Sententia libri Metaphysicae*, 2, lectio V)

[19] *"sed omnia mensura et numero et pondere disposuisti".*

[20] Tal doutrina equivale ao conteúdo de verdades provenientes da "Revelação".

[21] "[...] *procedit ex principiis notis lumine superioris scientiae, quae scilicet est scientia Dei et beatorum"* (*Summae Theologiae*, I, q.1, art.2).

[22] "[...] *sicut perspectiva procedit ex principiis notificatis per geometriam, et musica ex principiis per arithmeticam notis"* [*"*[...] *assim como a perspectiva procede dos princípios conhecidos pela geometria e a música, nos princípios conhecidos pela aritmética"*] (*idem*). Vale notar que existe aqui apenas uma subordinação relativa, visto que depende de uma subordinação de princípios e não de objetos.

> *dividindo em latitudes toda a esfera da terra; dou pouco valor a ele. Nicômacus, também, com as efemérides gastas pelos dedos; enjeito-o. Euclides debruça-se sobre os obscuros problemas das figuras geométricas; recuso-o igualmente* [...]*".*[23]

Duns Scotus (1265 - 1308), dedicou um lugar importante para a Matemática em sua doutrina, donde insistia no uso de demonstrações em filosofia e teologia. Todavia, defendia que os sentidos poderiam prover certezas absolutas. Ele afirma que podemos determinar resultados das ciências naturais sem o uso de resultados de disciplinas de ordem superior. Por exemplo, a ótica poderia verificar certas leis, como a da reflexão, por meio de experimentos, sem apelar para os teoremas da Geometria.[24] Baseado nisso, questiona a posição de Tomás sobre a teologia.

A "Teoria da Demonstração" era a "Filosofia da Ciência" da época, especialmente fomentada pelos comentários sobre os *Analytica Posteriora* e outras contribuições originais.

4 - **CERTEZA DAS MATEMÁTICAS NO RENASCIMENTO**

O frade franciscano Luca Pacioli (1445 - 1514), apresenta em sua obra *Summa di Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalità* (1494) um resumo de praticamente todo conhecimento matemático acumulado até o fim do século XV. Nesta obra, encontramos, por exemplo, diversos tópicos de Aritmética e Geometria, baseado na obra de Leonardo Fibonacci (c. 1170 – c. 1250) e de outros autores, a introdução do Método das Partidas Dobradas da Contabilidade e o importante estudo das equações algébricas.

Seus comentários, sobre a possibilidade de soluções gerais das equações cúbicas e de graus maiores, impulsionaram as investigações realizadas por Girolamo Cardano (1501 - 1576), Nicolò Tartaglia (1500 - 1557) e Lodovico Ferrari (1522 - 1565).

Acima destas contribuições efetivas, mais do que teoremas, encontramos nas obras de Pacioli um "projeto cultural" de matematização da realidade. A teoria de proporções é, para ele, a chave de leitura da realidade e, dentre as proporções, destaca-se a "divina proporção", considerada por ele como a verdadeira manifestação da divindade. Muitos dos autores interessados em Matemática, posteriores a Pacioli, apresentam as mesmas convicções acerca desta disciplina.[25]

Alessandro Piccolomini (1508 - 1578), em sua obra *Commentarium de Certitudine Mathematicarum disciplinarum* (1547), define a **"*demonstratio potissima*"**. Este tipo de demonstração é um silogismo da primeira figura, com premissas necessárias, sendo que a

---

[23] *"Platonem latentis naturae secreta rimantem respuo, planetarum circulis metas, astrorumque meatibus calculos affigentem: cuncta etiam sphaerici orbis climata radio distinguentem Pythagoram parvipendo: Nichomacum quoque tritum ephemeridibus digitos abdico: Euclidem perplexis geometricalium figurarum studiis incurvum aeque declino* [...]*"* (PEDRO DAMIÃO, 1853, pp. 232-33; *Dominus vobiscum*, ep. 28).

[24] *"[...] de quibus habent evidentiam per experientiam, sicut Alphazen in* Perspectiva*, probat per experientiam, quod anguli incidentiae & reflexionis sunt aequales* [...]"[*"sobre as quais há evidência por experiência, como Alhazen, na* Perspectiva*, prova por experiência, que os ângulos de incidência e de reflexão são iguais* [...]*"*] (DUNS SCOTUS, 1639, f. 15; *Reportata Parisiensia*, Prologus, q. II, sch. I, 5).

[25] Cf. BERTATO, 2005, 2007 e 2010.

premissa maior é uma definição e o termo médio especifica a causa imediata do efeito demonstrado. A *demonstratio potissima* é simultaneamente *propter quid* e *quia*.

Para Piccolomini, a certeza da Matemática não decorre de suas demonstrações, mas sim da natureza de seus objetos. Tal certeza seria ontológica e não epistemológica. Tal publicação originou a "*Quaestio de certitudine mathematicarum*".[26] Esta polêmica teve três importantes conseqüências:

i. Posicionar-se favoravelmente à certeza das demonstrações matemáticas garantia seu estatuto epistemológico e, conseqüentemente, garantia a boa fundamentação das ciências naturais, especialmente, da Física;
ii. Estando a Matemática em grau elevado, impulsionava-se a pesquisa matemática como fim em si mesma;
iii. Promoveu a aproximação da Lógica à Matemática e vice-versa, prenunciando os desenvolvimentos realizados a partir dos trabalhos de Leibniz, Frege e outros.[27]

Para citar um exemplo da última conseqüência considerada, destacamos a obra de Conrad Dasypodius (c.1530 - 1600) e Christian Herlinus (m. 1562?), intitulada *Analyseis Geometriae sex Librorum Euclidis*, editado em 1566.[28] Nesta obra, os autores apresentam os seis primeiros livros dos Elementos de Euclides na forma silogística[29]: a *propositio* ("proposição") que corresponde a *πρότασις* (*prótasis*, "enunciado") em grego e latim; e apenas em latim a estrutura composta por *ἔκθεσις* (*ekthesis*, "exposição"), *διορισμός* (*diorismós*, "distinção" ou "definição" da coisa a ser provada), *κατασκευή*, (*kataskeué*, "construção" ou "preparação") e a correspondente *ἀπόδειξις* (*apódeixis*, "demonstração"), como uma seqüência de silogismos que culmina na *συμπέρασμα* (*sumpérasma*, "conclusão"). [30]

Tais "traduções" das demonstrações implicam que toda demonstração matemática pode, em princípio, ser formalizada, o que em tal contexto significa ser apresentada por silogismos.[31]

---

[26] A posição de que a matemática não é uma ciência aristotélica é assumida também por Benito Pereyra (1535 - 1610), Pierre Gassendi (1592 - 1655) e Pietro Catena (m. 1577). Dentre os defensores da matemática destacam-se Francesco Barozzi (1537 - 1604), Giuseppe Biancani (1566 - 1624), Isaac Barrow (1630 - 1677) e John Wallis (1616 - 1703). Cf. MANCOSU, 1999; CAROLINO, 2007; MOTTA, 2008.

[27] Cf. MUGNAI, 2010.

[28] Não afirmamos aqui que os dois referidos autores se envolveram diretamente com a *Quaestio*, todavia torna-se claro uma possível posição no debate, devido ao pressuposto fundamental necessário para produção de sua obra. O mesmo pode ser dito de Christophorus Clavius (1538 - 1612) e de suas obras (v. nota 30).

[29] Ou pelo menos como forma silogística aceitável na época. V. MERRILL, 1990.

[30] Algo semelhante foi feito por Clavius em sua edição d'Os Elementos de Euclides. Na proposição 1 do Livro I, Clavius apresenta a demonstração na forma de um silogismo (CLAVIUS, 1574, f. 22r). O jesuíta não se envolveu diretamente na disputa, todavia sua posição é manifesta também institucionalmente.

[31] Sobre a obra de Herlinus e Dasypodius, afirma Mugnai: *"To the best of my knowledge, Dasypodius and Herlinus's work constitutes the most exhaustive attempt in Western Culture, to show that traditional logic perfectly meets the requisite of representing mathematical theorems. Dasypodius and Herlinus may be considered the first representatives of a 'movement', as it were, of logic towards mathematics. Even though the working*

5 – ALGUMAS CONCLUSÕES

A partir da leitura das obras de Aristóteles, autores medievais e renascentistas muito contribuíram para a discussão acerca do estatuto epistemológico das disciplinas matemáticas. A tendência em considerar uma certa primazia da Matemática, impulsionou o desenvolvimento da ciência ocidental como testemunhada pela denominada Revolução Científica. A aceitação da certeza da Matemática e seu questionamento estavam subjacentes a diversas posturas científicas e filosóficas. Defendemos que os debates acerca da classificação das ciências e da natureza de suas demonstrações são grandes contribuições para o desenvolvimento da ciência e, em particular, da própria Matemática nos séculos posteriores. Muito mais do que elencar listas de teoremas e respectivos nomes, parece-nos que identificar essas concepções gerais é muito mais proveitoso para a História da Matemática nos períodos considerados, eliminando preconceitos e leituras errôneas e persistentes.

Concluímos com uma estimulante e bem humorada citação de Gilbert Keith Chesterton (1874 - 1936), extraída de um artigo sobre a Idade Média, que nos parece bastante representativa:

> *"But again change the image; and fancy the modern man (the unhappy modern man) who took a volume of mediaeval theology to bed. He would expect to find a pessimism that is not there, a fatalism that is not there, a love of the barbaric that is not there, a contempt for reason that is not there. Let him try the experiment. It will do one of two good things: send him to sleep – or wake him up".*[32]

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGASSI, Joseph. Continuity and Discontinuity in the History of Science. In: *Journal of the History of Ideas*, Vol. 34, No. 4, Oct. - Dec., 1973, pp. 609-626.

ARISTÓTELES. *Aristotelis opera cum Averrois commentariis*. Frankfurt am Main: Minerva G.m.b.H., 1962. v. VIII: Metaphysicorum Libri XIIII. [Reprodução da edição de Venitiis: Junctas, 1562].

ARISTÓTELES; DIDOT, Ambrosio Firmin (ed.). *Aristotelis Opera Omnia. Graece et latine*. Vol. 1. [Paris: Instituti Franciae Typographo, 1848]. Hildesheim: Georg Olms Verlag, 2007. p. 122.

ARISTÓTELES. *Obras*. Trad. Francisco de P. Samaranch. Madrid: Aguilar, 1964. p. 356.

ARISTÓTELES; BARNES, Jonathan (ed.). *The Complete Works of Aristotle*. The revised Oxford translation. Vol. 1. Princeton: Princeton University Press, 1995. p. 115.

---

mathematician does not actually reason by means of a continuous chain of syllogisms, it is always possible, in principle, to give to mathematical proofs a strict logical form"(MUGNAI, 2010, p. 301).

[32] "*Getting to Know the Middle Ages"*, publicado no Illustrated London News (15 de novembro de 1913).

BERTATO, F. M. ; DOTTAVIANO, I. M. L.. Luca Pacioli and the "Controversy of the Perspective": the Classification of the Mathematics from the Classical Antiquity to the End of the Quattrocento. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. V.1, p. 505-525, 2007.

BERTATO, F. M.. Fratre Luca Pacioli e su Divin Proportion (In Interlingua). In: *Revista Brasileira de História da Matemática*, Rio Claro, v. 5, n. 9, p. 79-91, 2005.

BERTATO, F. M.. *A De Divina Proportione : de Luca Pacioli (tradução anotada e comentada)*. 1. ed. Campinas - SP: Coleção CLE, v. 56, 2010.

BOCHEŃSKI, Józef Maria. *A History of Formal Logic.* Trans. Ivo Thomas. New York: Chelsea, 1970.

CAROLINO, Luís Miguel. Cristoforo Borri and the epistemological status of mathematics in seventeenth-century Portugal. In: *Historia Mathematica*, vol. 34, Issue 2, May, pp. 185-205, 2007.

BURCKHARDT, Jacob. *Die Kultur der Renaissance in Italien.* 1860.

BURCKHARDT, Jacob. *The Civilization of the Renaissance in Italy*. London: Phaidon Press, 1950. [republicação da tradução de Middleton, 1878].

CLAVIUS, Christophorus; EUCLIDES. *Euclidis Elementorum libri XV: accessit XVI de solidorum regularium comparatione*. Romae: apud Vincentium Accoltum, 1574.

CORNEJO, Toribio Fuente. *La canción de alba en la lírica románica medieval: contribución a un estudio tipológico*. Oviedo: Universidad de Oviedo, 1999. pp. 61-63.

DUHEM, Pierre. *Le Système du Monde: Histoire des doctrines cosmologiques de Platon a Copernic*. Paris: Libraire Scientifique A. Hermann et Fils, 1913-1959. 10v.

DUHEM, Pierre. *Études sur Léonard de Vinci*. Vol. 3. Paris: Librairie Scientifique A. Hermann et Fils, 1913.

DUHEM, Pierre. *Essays in the History and Philosophy of Science*. Indianapolis: Hackett Pub., 1996.

DUNS SCOTUS. *Ioannis Dvns Scoti, Doctoris svbtilis, Ordinis Minorvm, Reportata Parisiensia.* Pars Prima. Lugduni [Lyon]: Laurentii Durand, 1639.

GILBERT, Neal Ward. *Renaissance Concepts of Method*. New York: Columbia University Press, 1960.

GILBERT, Neal Ward. Galileo and the School of Padua. In: *Journal of the History of Philosophy*, 1, 1963, pp. 223-231.

GRANT, Edward. *Os Fundamentos da Ciência Moderna na Idade Média.* Trad. Carlos Grifo Babo. [The Foundations of Modern Science in the Middle Ages, Cambridge University Press, 1996] Porto: Porto Editora, 2002.

HASKINS, Charles Homer. *The Renaissance of the Twelfth Century*. Cambridge: Harvard University Press, 1927.

HUIZINGA, Johan. *O outono da Idade Média. Estudos sobre as formas de vida e de pensamento dos séculos XIV e XV na França e nos Países Baixos*. São Paulo: Cosac Naify, 2010.

JAKI, Stanley L.. *Pierre Duhem: homme de science et de foi*. Paris: Beauchesne Editeur, 1990.

LAZZERINI, Lucia. *Letteratura medievale in lingua d'oc*. 2nd ed. Modena: Mucchi Editore, 2010. pp. 19-23.

LE GOFF, Jacques. *Em busca da Idade Média*. Com a colaboração de Jean-Maurice de Montremy. Trad. Marcos de Castro. 2ª Ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2006.

LINDBERG, David C.. *The beginnings of Western science: the European scientific tradition in philosophical, religious, and institutional context, 600 B.C.to A.D. 1450*. Chicago: The University of Chicago Press, 1992. pp. 355-368.

LOPEZ, Robert Sabatino. Still Another Renaissance? In: *The American Historical Review*, Vol. 57, No. 1, Oct., 1951, pp. 1-21.

MANCOSU, Paolo. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. New York: Oxford University Press, 1999.

MCMULLIN, Ernan. Medieval and modern science: Continuity or discontinuity? In: *International Philosophical Quarterly*, 5, 1965, pp. 103-129.

MERRILL, Daniel Davy. *Augustus De Morgan and the Logic of Relations*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990.

MOTTA, Bernardo Machado. *O estatuto das matemáticas em Portugal nos séculos XVI e XVII*. Tese. Lisboa: Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa, 2008.

MUGNAI, Massimo. Logic and Mathematics in the Seventeenth Century. In: *History and Philosophy of Logic*, vol. 31, Issue 4, pp. 297-314, 2010.

NASCIMENTO, Carlos Arthur Ribeiro do. Roberto Grotesseteste: física e matemática. Comentário de Roberto Grosseteste à Física. In: *Educação e Filosofia*. Vol. 23, No 45, 2009, pp. 201-228.

PACIOLI, Luca. *Su[m]ma de Arithmetica Geometria Proportioni [e]t Proportionalità.* Venezia: Paganinus de Paganini, 1494.

PACIOLI, Luca. *De Divina Proportione*. Venetiis: Paganinus de Paganini, 1509.

PANOFSKY, Erwin. *Renaissance and Renascences in Western art* [Stockholm, Almqvist & Wiksell, 1960]. New York : ACLS History E-Book Project, 1999.

PEDRO DAMIÃO. *S. Petri Damiani S.R.E Cardinalis Episcopi Ostiensis, Ordinis S. Benedicti, e Congregatione Fontis-Avellanae, Opera Omnia, collecta primum ac argumentis et notationibus illustrata.*Tomus secundus. Paris: P. Migne, 1853.

PICCOLOMINI, Alessandro. *Alexandri Piccolominei In mechanicas quaestiones Aristotelis paraphrasis paulo quidem plenior : eiusdem Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum : In quo, de resolutione, diffinitione, & demonstratione necnon de materia, et in fine logicae facultatis, quamplura continentur ad rem ipsam, tum mathematicam, tum logicam, maximè pertinentia*. Venetiis: Apud Traianum Curtium, 1565.

RANDALL, JR., John Herman. *School of Padua and the emergence of modern science*. Padova, Editrice Antenore, 1961.

RANDALL, JR., John Herman. The development of Scientific Method in the school of Padua. In: KRISTELLER, Paul Oskar; WIENER, Philip P. (eds.). *Renaissance Essays*. Rochester, New York: University of Rochester Press, 1992 [Boydell & Brewer, 1968]. v. 1. p. 217 - 251.

SARTON, George. *Introduction to the history of science*. 3v. 5 pt. Malabar: R.E.Krieger, 1975.

TOMÁS DE AQUINO. *Thomae Aquinatis Doctoris Angelici Ordinis Praedicatorum in Aristotelis Stagiritae nonnullos libros Commentaria*. Parmae: Typis Petri Fiaccadori, 1865. p. 91

VASARI, Giorgio. *Le vite de più eccelenti pittori, scultori et architetti*. Bologna: presso gli Heredi di Evangelista Dozza, 1647. 3v.

VASARI, Giorgio; BELLOSI, Luciano (Ed.); ROSSI, Aldo. *Le vite de' più eccellenti architetti, pittori, et scultori italiani, da Cimabue insino a' tempi nostri*: Nell'edizione per i tipi di Lorenzo Torrentino - Firenze 1550. Torino: Giulio Einaudi Editore, 1986. [Corresponde a Edição Firenze: Lorenzo Torrentino, 1550].

VASARI, Giorgio. *Le vite dei più eccellenti pittori, scultori e architetti*. Roma: Newton Compton, 1997. [Corresponde a Edição Firenze: Giunti, 1568]..

Fábio Maia Bertato
Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência – Unicamp – Campinas – Brasil.

E-mail: fmbertato@cle.unicamp.br