Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 13 nº 26 - pág. 61-72
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

CREENCIAS RELIGIOSAS Y MATEMÁTICAS: EL PROBLEMA DE LAS DIMENSIONES DEL MAR DE SALOMÓN

José Mª Núñez Espallargas
Universidad de Barcelona
Espanha

(aceito para publicação em abril de 2013)

Resumo

Las relaciones entre creencias religiosas y matemáticas han tenido algunos puntos de fricción. Uno de ellos es el conflicto histórico por las discrepancias en las medidas del llamado Mar de Salomón descritas en el Antiguo Testamento. En este trabajo se analizan diferentes soluciones a este problema, pero especialmente las propuestas por el matemático sefardí Abraham bar-Hiyya (s. XII), que intentó conciliar el rigor matemático con los preceptos religiosos emanados de los textos sagrados y también con las reglas de cálculo práctico recomendadas por los rabinos de su época. Del análisis de las soluciones propuestas obtenemos información sobre las estrategias desarrolladas por este y otros autores para intentar armonizar matemáticas y creencias religiosas.

Palavras-chave: Matemática, Historia, Religión, Sefardíes.

[RELIGIOUS BELIEFS AND MATHEMATICS: THE PROBLEM OF THE DIMENSIONS OF SOLOMON'S SEA]

Abstract

The relationship between mathematics and religion have had their points of friction. One was the historical discrepancies in the measures of the so-called Sea of Solomon described in the Old Testament. This paper discusses various solutions to this problem, but especially those proposed by the mathematician Abraham bar Hiyya (s.XII), who tried to reconcile the mathematical rigor with the religious precepts emanating from the sacred texts and also the rules of practical calculation recommended by the rabbis. From the analysis of the solutions proposed we obtain information on the strategies developed by this author and others to try to bring mathematics and religious beliefs.

Keywords: Mathematics, History, Religion, Sephardim.

Este trabajo pretende ser una modesta reflexión sobre las relaciones entre matemática y creencia religiosa a través del análisis de una situación histórica concreta. Observemos que, muy a grosso modo, tanto la matemática como la religión tienen un rasgo común: son sistemas creados por el hombre que se basan, en última instancia, en un conjunto más o menos amplio de postulados o creencias incuestionables, que acepta la comunidad de “creyentes”, a partir de los cuales se desarrolla el corpus doctrinal. Pero, se diferencian en el modo de desarrollarse y en sus objetivos. En el caso de la matemática, la comunidad es prácticamente universal, se parte de un conjunto de axiomas o postulados rigurosamente definidos y a través de una metodología también perfectamente establecida, se genera un extenso sistema de proposiciones que suelen contrastarse con el mundo real para obtener una mayor constatación de su utilidad social, que es el "leit motiv", generalmente admitido, de su existencia. Las religiones, por el contrario, se desarrollan en comunidades más restringidas, formadas por los grupos humanos que las practican, y sus corpus doctrinales suelen tener su inicio en un texto emanado directamente de una divinidad o dictado por un portavoz de ella y, por tanto, incuestionable e inalterable, al que se le añaden las aportaciones difusas de la "tradición" o las intervenciones puntuales de personajes especialmente infundidos por la divinidad para aclarar el mensaje inicial, pero que, en ningún caso, lleguen a plantear una contradicción con él; no es imprescindible para su pervivencia la confrontación de la doctrina con los hechos reales, aunque todas ellas pretenden erigirse en guías de referencia para el comportamiento humano. De lo dicho se desprende que los puntos de contacto entre matemática y religión no suelen abundar, pues sus respectivos ámbitos se desarrollan usualmente en planos de realidades y objetivos diferentes.

No voy a seguir analizando los puntos de encuentro y desencuentro entre matemática y religión, por más que éste es, sin duda, un tema apasionante, sino un caso concreto en el que una “creencia” religiosa entra en aparente conflicto con una "creencia" matemática. Advirtamos que, aunque el ejemplo que presentamos pertenece básicamente al ámbito de una creencia religiosa concreta, la judía, no es difícil encontrar casos semejantes en otras religiones.

La situación que voy a comentar gira en torno al conjunto de soluciones que propuso el matemático sefardí Abraham bar-Hiyya a una serie de cuestiones referidas a la exactitud de las medidas del llamado "Mar de Salomón”, descritas en algunos pasajes de la Biblia y que habían provocado un conflicto de interpretación entre los rabinos y los "geómetras". Pero, antes de entrar en el problema propiamente dicho, comentaremos brevemente, algunos aspectos del contexto en el que se plantea.

Sobre Abraham bar-Hiyya, notable sabio sefardí, tenemos muy pocas noticias (MILLÁS, 1949). Se suele situar su nacimiento ente los años 1065 y 1070 y su muerte en el 1136. No sabemos el lugar donde vio la luz, ni tampoco donde tuvieron lugar sus años de aprendizaje, pero por sus amplios conocimientos de la matemática y astronomía árabes, éstos sólo pudieron desarrollarse en el ámbito de alguna ciudad, importante culturalmente, del área de dominio musulmán en la Península Ibérica. Tenemos documentada su estancia en la corte del rey aragonés Alfonso I y su posterior paso al servicio de los condes de Barcelona. En esta ciudad transcurrió la mayor parte de su vida activa y fue donde escribió sus obras más conocidas. Desempeñó el cargo de *savasorda* (latinización del término árabe *sahib-al-shurta)* relacionado con la vigilancia del buen hacer en el comercio de la ciudad y que le valió el sobrenombre con el que fue conocido en tierras cristianas (BENSCH, 2002: 71).

Abraham bar-Hiyya escribió varias obras importantes de carácter científico. Citemos el texto astronómico, *Séller ha-Ibbur*, que constituyó el primer libro en lengua hebrea dedicado exclusivamente al estudio del calendario; la extensa enciclopedia de matemáticas, astronomía, música, etc, *Yesod ha-Tebunah we-Migdal ha-Emunah,* también la primera en ese idioma; y, especialmente, un manual de matemáticas para agrimensores, *Hibbur ha-Meshihah we-ha-Tishboret,* sobre el que va a recaer en seguida nuestro interés. Debemos recordar que, nuestro autor, junto con otro sefardí bien conocido, Abraham ibn Ezra, fueron los iniciadores de los estudios escolares de matemáticas en lengua hebrea (LÉVY, 2001). Hasta ese momento los niños judíos realizaban su aprendizaje leyendo la Biblia y, también, el Talmud, texto que ofrece un conjunto de comentarios rabínicos en torno a la exégesis bíblica, que comprenden no sólo cuestiones teológicas, sino también otras de muy diferente índole, incluyendo incluso la matemática aplicada (LÉVY, 1997). Precisamente las iniciativas de eruditos como Abraham bar-Hiyya o Abraham ibn-Ezra van en el sentido de fundamentar más rigurosamente estos comentarios de carácter matemático para evitar errores graves en su aplicación a la vida cotidiana. Pero no debemos entrever, tras estas propuestas innovadoras de Abraham bar-Hiyya, una actitud heterodoxa respecto a la religión, todo lo contrario, su propósito es el conciliar el saber científico y matemático con la revelación divina, de modo que ésta prevalezca siempre en todo momento. En este sentido, debemos recordar que también fue un notable autor de obras filosóficas y teológicas, como el *Hegyon ha-Nafesh ha-Azuva*, estudio sobre la naturaleza del bien y del mal, o la célebre *Megillat ha-Megalleh*, que contempla la historia del pueblo judío desde la revelación y constituyó un referente para los rabinos de los siglos posteriores (ASHTOR).

Hemos dicho que la obra de Abraham bar-Hiyya que nos va a interesar es el *Hibbur ha-Meshihah we-ha-Tishboret*, título que podría traducirse por *Tratado de medición y cálculo*, pues trata de ser un manual práctico dirigido a los agrimensores y a todas aquellas personas encargadas de llevar a cabo mediciones y cálculos de valoración de tierras para herencias, compraventas, arriendos, etc. De este texto, del que no sabemos la fecha exacta en que fue escrito, aunque probablemente la podríamos situar en torno a la segunda década del siglo XII, se conservan algunas pocas copias manuscritas repartidas en archivos y bibliotecas europeas. Hubiera quedado circunscrito al ámbito de la cultura hebraica, si Platón de Tívoli, el fundador de una dinastía de traductores judíos que contribuyeron en gran medida, a través de sus versiones, a la difusión del legado científico árabe, no hubiera realizado una traducción, algo abreviada, al latín. Esta versión conocida como *Liber Embadorum* vio la luz en 1245 y constituyó uno de los primeros libros de álgebra escritos en latín y, juntamente con la versión del álgebra de al-Kharizmi de Roberto de Chester, aparecida también en el mismo año, las dos primeras obras que mostraban en esta lengua un procedimiento para determinar la solución general de la ecuación de segundo grado (GLICK, 1979: 304).

En su versión latina, Platón de Tívoli, suprimió algunos pasajes del original (CURTZE, 1902). El más extenso y significativo es el apéndice que sigue al capítulo cuarto, el último de la obra. En él se hacen una serie de observaciones dirigidas específicamente al agrimensor judío y que el traductor consideró, con razón, que no eran de utilidad a los posibles lectores no judíos. Podemos acceder al texto completo gracias a la labor minuciosa del hebraísta alemán Guttmann que, tras comparar todos los manuscritos existentes del *Hibbur ha-Meshihah we-ha-Tishboret*, realizó, a principios del pasado siglo, una reconstrucción del original, que es considerada por todos los estudiosos la versión de referencia. Existe también una traducción directa del hebreo al catalán llevada a cabo por Millás Vallicrosa sobre la versión de Guttmann y publicada en 1931, en tirada limitada, para la Biblioteca Hebraico-Catalana.

En el apéndice en cuestión, Abraham bar-Hiyya, comienza por advertir a sus lectores de la necesidad de fundamentar todos los cálculos que realicen en los principios matemáticos desarrollados en la obra, para evitar caer así en falsedades y fraudes. También insiste en la importancia de las buenas aproximaciones para no cometer errores graves en las medidas de los terrenos. En este sentido, lamenta la ligereza con la que toman algunas medidas y realizan algunos cálculos los "agrónomos de nuestro pueblo", los cuales, para justificarse, señalan como responsables a las enseñanzas de los rabinos. Así afirman, que los rabinos dan la siguiente regla práctica para determinar la diagonal de un cuadrado de lado conocido: "*a todo codo en el lado de un cuadrado corresponde un codo y 2/5 en la diagonal*" (Párrafo 192). Es decir, que recomiendan $7/5 = 1{,}4$ como valor aproximado de la raíz cuadrada de 2. Es cierto que, en la época en la que se sitúa la obra, los números reales se debían aproximar mediante fracciones, y éste solía ser un cálculo engorroso, pero matemáticos como Abraham bar-Hiyya, alcanzaban, sin dificultad, estimaciones del orden de la centésima de unidad. En el caso de la raíz cuadrada de 2, la aproximación que recomienda Abraham bar-Hiyya en el primer capítulo de la obra es: "*la razón de la diagonal al lado del cuadrado es que a todo codo de éste corresponde a la primera un codo más 2/5 más casi 1/70 de codo*". Observemos que $1 + 2/5 + 1/70 = 495/350$. $1{,}4142$, lo que constituye una muy buena aproximación a la $\sqrt{2}$, indudablemente mucho mejor que la propuesta por los rabinos.

Pero Abraham bar-Hiyya no quería entrar en conflicto con las enseñanzas de los rabinos, por lo que explica a los agrónomos que la regla rabínica se aplicaba a las cuestiones relacionadas con un precepto religioso, no a las situaciones seglares en las que las medidas y los cálculos exigían la mayor precisión posible. Con su habitual tono didáctico pone un ejemplo aclaratorio:

> "*Un caso de objeto de precepto de carácter grave es el relativo al límite del espacio del sábado, los rabinos ordenaron determinar la diagonal con la proporción 1 y 2/5 del lado. Así dijeron: quien ha de medir el lado del cuadrado de una ciudad, lo hará como si fuera una tabla cuadrada de 2000 codos, pero contados en sentido de la diagonal*" (Párrafo 192).

Para entender el ejemplo conviene que hagamos una pequeña digresión sobre un precepto del *sabbath*. El sábado o *sabbath* es el séptimo día de la semana y, según la religión judía, debe ser dedicado exclusivamente a Dios. El practicante de esta religión debe cumplir una serie de preceptos que afectan a ese día de la semana. Fueron ya establecidos por Moisés y aparecen recogidos en el *Libro del Éxodo*. El precepto que a nosotros nos va a interesar se refiere a la movilidad y el texto bíblico dice respecto a esta cuestión: "*Quédese cada uno en su sitio* [tienda] *y que nadie se mueva de su lugar el día séptimo*." (Ex. 16, 29) (Las referencias a la Biblia las hemos tomado de la versión castellana de la *Biblia de Jerusalén*). Esta prohibición fue pronto considerada como excesiva, pues impedía cumplir con otros deberes religiosos, como era, por ejemplo, la vigilancia del tabernáculo. Por ello, y basándose en otra referencia bíblica: "*Pero que haya entre vosotros y el arca* [de la alianza] *una distancia de unos dos mil codos*" (Jos. 3,4) la tradición rabínica estableció como distancia máxima que podía recorrerse en *sabbath* los 2000 codos (algo menos de un kilómetro). Tan estricta fue esta limitación que esta distancia sirvió para construir o delimitar los poblados y las zonas próximas de cultivos, llegando a constituir una verdadera unidad de longitud, la *jornada sabática*: "*Entonces se volvieron a Jerusalén desde el monte llamado de los Olivos, que dista poco de Jerusalén, el espacio de una jornada sabática*" (Hch. 1,12).

Por lo tanto, lo que Abraham bar-Hiyya pretende decirnos con su ejemplo, es que los rabinos exigen aproximar la $\sqrt{2}$ con $1 + 2/5$, no por ignorancia de que existen mejores estimaciones, sino para que al utilizar esta aproximación grosera, pero sencilla, en la medida de terrenos, sus límites sirvan para orientar a los fieles en el cumplimiento del precepto sabático, pues al proporcionar una estimación inferior al valor real, no se corre peligro de transgredirlo, aunque sea de un modo involuntario. Sus palabras son bien elocuentes: "*Entre nuestros rabinos y los geómetras no hay, por consiguiente, ninguna discrepancia en lo referente al cálculo, sino que aquellos añaden algo a las medidas, con el propósito de dar más margen a las cosas materia de precepto, y así salvaguardarlas*" (Párrafo 192). Por ejemplo, si un agrónomo al trazar los límites de un asentamiento cuadrado, da como longitud del lado 1428 codos, obtiene, al aplicar la regla de los rabinos, una diagonal de longitud muy ligeramente superior a 1999 codos, pero utilizando una mejor aproximación de la $\sqrt{2}$, como la propuesta por el sefardí, el resultado sería de algo más de 2019, distancia que recorrida en sábado supondría un claro incumplimiento del precepto.

Nuestro autor comenta, a continuación, otro vicio muy frecuente en los cálculos de los agrónomos de su época y es el referente a la estimación del valor de π: "*Lo mismo diríamos de otro principio o regla, relativa a la proporción de 3 a 1, entre la circunferencia y el diámetro*" (Párrafo 193). El recomienda tomar, en lugar del valor 3, el de $3 + 1/7$, conocido ya en la antigüedad y que proporciona una aproximación de hasta las centésimas, para evitar así cometer errores importantes en los cálculos donde aparece este número. Aunque Abraham bar-Hiyya, afirma, como había hecho al comentar la anterior, que esta regla sólo la aplican los rabinos en materia de precepto grave, es consciente de que la cuestión es mucho más delicada por aparecer en la Biblia una cita textual que hace referencia indirecta a ella: "*Puede objetarse* [a mi argumento] *diciendo que en el pasaje bíblico relativo al mar de Salomón se desprende que la proporción de la circunferencia al diámetro es de 3 a 1*" (Párrafo 193).

Antes de seguir con el razonamiento de Abraham bar-Hiyya debemos hacer aquí también otro pequeño paréntesis para situar adecuadamente el problema en su contexto. Por la Biblia sabemos que David fue el primer rey de los hebreos y que entre sus proyectos estaba el de erigir un templo en homenaje a Yahvé, pero también que no tuvo medios ni personas suficientes para realizar obras de envergadura, por que los tuvo que dedicar a guerrear con los pueblos vecinos. Sin embargo, su hijo, Salomón, libre de conflictos armados, dispuso de los medios y de las personas para llevar a cabo la construcción de un gran templo en Jerusalén. Aunque ya no se conserva, muy probablemente se erigió en el solar que hoy ocupa la mezquita de Omar. El grandioso edificio, así como sus dependencias y mobiliario aparecen descritos en el *Libro Primero de los Reyes* y en el de *Libro Segundo de las Crónicas*. Podemos encontrar una reconstrucción, así como datos históricos y sociales relacionados con este edificio en muchas obras, por ejemplo, y en lengua española, en la clásica descripción de Delpho o la más moderna y con aparato crítico de la *Enciclopedia del Mundo Bíblico* (1970: 479-488).

En el patio sudeste del Templo el monarca mandó construir un gran recipiente de bronce para contener las aguas lustrales. Este depósito, por la gran cantidad de agua que podía almacenar, se le ha denominado tradicionalmente "Mar de Salomón". Seguiremos la descripción que aparece en el *Libro Primero de los Reyes*:

> "*Hizo* [Salomón] *el Mar de metal fundido que tenía 10 codos de borde a borde; era enteramente redondo, y de cinco codos de altura; un cordón de treinta codos medía su contorno. Debajo del borde había calabazas todo en derredor; había dos filas de calabazas fundidas en una sola pieza. Se apoyaba sobre doce bueyes, tres mirando al Norte, tres mirando al Oeste, tres mirando al Sur y tres mirando al Este; el Mar estaba sobre ellos, quedando sus partes traseras hacia el interior. Su espesor era de un palmo y su borde era como el borde del cáliz de la flor de la azucena*." (1 R. 7,23-25).

La relación que encontramos en el *Libro Segundo de las Crónicas* es casi idéntica:

> "*Hizo* [Salomón] *el Mar de metal fundido, de diez codos de borde a borde. Era enteramente redondo y de cinco codos de alto. Un cordón de treinta codos medía su contorno. Debajo del borde había en todo el contorno unas como figuras de bronce, diez por cada lado, colocadas en dos órdenes, fundidas en una sola masa. Se apoyaba sobre doce bueyes; tres mirando al Norte, tres mirando al Oeste, tres mirando al Sur y tres mirando al Este. El Mar estaba sobre ellos, quedando sus partes traseras hacia el interior. Su espesor era de un palmo, y su borde como el borde del cáliz de la flor de lirio*." (2 Cro. 4, 2-4).

Aunque obviamente no existen imágenes del Mar de Salomón, se conservan algunos antiguos recipientes, la mayoría de pequeñas dimensiones, que se suponen inspirados en su forma. También se ha creído ver una posible influencia en el diseño de la famosa fuente del Patio de los Leones en la Alhambra de Granada, basándose en el panegírico que Salomón Ibn-Gabirol (1021-1058) dedicó a Yusûf Negrela, donde compara el Mar con una fuente donde los bueyes del modelo original han sido substituidos por leones: "*Hay un estanque rebosante, parecido al Mar de Salomón, aunque no descansa* *sobre toros. La actitud de los leones en su orilla es como los cachorros rugiendo a la presa, derraman sus entrañas como manantiales...*" (REINA, 2007: 244).

Llegado a este punto es necesario que hagamos una observación con referencia a las unidades de medida que aparecen en los textos bíblicos citados. Los hebreos utilizaron como sistemas de medidas los que eran habituales en los pueblos con los que habían tenido contacto, como mesopotámicos o egipcios. Y como ellos, tomaron el cuerpo o las actividades humanas de referente. Las equivalencias no fueron siempre las mismas, por ejemplo, antes y después del éxodo, o en el Antiguo y en el Nuevo Testamento. Entre las medidas de longitud menores estaban el codo o *ammá*, que era la distancia entre la extremidad del codo y la del dedo corazón; el palmo o *zéret*, distancia entre el extremo del dedo pulgar y el del meñique en la mano extendida, que era aproximadamente igual a medio codo; la mano, palma o *tofaj*, la separación existente entre los cuatro dedos, considerada igual a un sexto y, en ocasiones, a un quinto de codo; y el dedo o *esbá*, considerado habitualmente como un cuarto de mano. Aunque he reproducido fielmente ambos textos bíblicos (en la versión citada) la alusión a "palmos" que se hace en ambos, y que coincide con otras versiones españolas que he consultado, creo que debería traducirse mejor por "palmas" o "manos", pues son estas unidades las que aparecen en las citas de Abraham bar-Hiyya, el cual las toma directamente de la versión hebrea de la Biblia y también aparecen así en las referencias talmúdicas que acompañan a su razonamiento. Además, parece más realista, dadas las dimensiones del Mar, suponer que su grosor era de una palma, que no de un palmo.

Los partidarios de las reglas de los rabinos tenían un argumento de peso, pues ambos textos bíblicos describen al Mar de Salomón como un recipiente de forma circular con un diámetro de 10 codos y un perímetro de 30, asignando, por consiguiente, al número π la grosera aproximación de 3. Pero una ingeniosa argumentación de Abraham bar-Hiyya permite compaginar la palabra divina con los cálculos matemáticos. El razonamiento es el siguiente: nos hace observar que si el perímetro (interior) del Mar mide 30 codos, entonces, considerando el valor de π con la aproximación que él recomienda, es decir, $3 + 1/7 = 22/7$, se obtiene como medida del diámetro (interior): $210/22$ codos. Pero, como el texto bíblico dice que el recipiente tenía un grosor de una mano y "*cinco manos es un codo, del modo como computaban nuestros rabinos*" (Párrafo 193), entonces para obtener la longitud del diámetro (exterior) del Mar hay que añadir dos manos: $210/22 + 2/5 = 1099/110$, es decir, su medida resulta ser muy aproximadamente igual a 10 codos. En resumen, la aparente divergencia se debería a tener o no tener en cuenta el grosor del recipiente, así, cuando en el texto bíblico se indica el valor del perímetro del Mar de Salomón se está refiriendo implícitamente al interior del borde y cuando alude al diámetro se está refiriendo, también implícitamente, al exterior del borde; con esta matización, los datos de las crónicas serían perfectamente coherentes con los principios matemáticos.

Si bien la interpretación que nos propone Abraham bar-Hiyya resulta creíble y aceptable, caben todavía otras posibles interpretaciones, aunque quizás más difíciles de armonizar con la literalidad de los textos. Así, por ejemplo, podríamos sugerir otra donde se destacaría más el carácter simbólico del monumento. Advirtamos que ese factor está muy presente en el diseño, basta fijarse en la presencia de los doce bueyes distribuidos de forma centrípeta, que, sin duda, es una alegoría a la expansión de las doce tribus de Israel. Al fijarnos en las citas bíblicas observaremos que, al final del fragmento, se dice: "*su borde era como el borde del cáliz de la flor de la azucena*" o "*su borde* [era] *como el borde del cáliz de la flor de lirio*". Si optamos por la azucena, pues también nuestro autor alude a esta flor y, además, en apoyo de esta hipótesis está la abundancia con la se encuentra esta planta, la *Lilium candidum*, en tierras palestinas, entonces, la flor acampanada de la azucena, con las pétalos abiertos, frecuentemente en número de seis y con una distribución regular, nos recuerda la disposición de un hexágono regular. De suponer que ésta era la forma del borde del Mar de Salomón, entonces las medidas serían absolutamente exactas, pues si diez codos era el diámetro o distancia máxima entre dos vértices del hexágono regular de bronce, el perímetro de su borde sería de 30 codos. Además, esta forma del borde no sería descabellada para el recipiente, pues permitiría imaginar, uniendo los vértices alternos, una estrella de David, el escudo ideado por el padre del constructor del Mar. Lamentablemente, aunque esta interpretación podría gustar a los amantes de los simbolismos, los pasajes bíblicos son contundentes en este punto y afirman que la forma del borde era "*enteramente redonda*". Tampoco Abraham bar-Hiyya duda en ningún momento de esta forma y los recipientes que se conservan inspirados en el Mar de Salomón tienen todos bordes redondos. Así pues, las referencias a las flores se ha de interpretar, no como una explicación sobre la forma del borde del Mar, que ha quedado explicitada, si no sobre la forma del depósito que lo asemejaba al cáliz de una flor.

A continuación Abraham bar-Hiyya se plantea una tarea más difícil: calcular la capacidad del Mar de Salomón. Comienza por determinar la superficie del mismo, multiplicando "*la mitad de la circunferencia por la mitad del diámetro*" (Párrafo 193), producto que resulta ser igual a 72 y 2/9 codos cuadrados. Recuerda que, en ambos textos bíblicos, se especifica que su altura era de 5 codos y, para poder calcular con exactitud el volumen del recipiente, debe proponer la reconstrucción de su forma espacial. Reproduzcamos sus palabras:

> "*El Mar de Salomón tenía 5 codos de altura; los dos superiores eran de forma circular, y los tres inferiores eran de forma cuadrada, tal como lo dijeron los rabinos. Y lo mismo se desprende del texto: "Había como unas caras debajo del borde, de 10 codos, a todo el contorno del mar". Se desprende que la parte inferior del Mar era cuadrada y que cada lado medía 10 codos... Si ahora multiplicamos el área de la parte circular, 72 y 2/9, por su altura de 2 codos, tendremos 144 y 4/9 de codos cúbicos, y sumados con los 300 codos cúbicos de la parte cuadrada inferior (10 x 10 x 3), obtendremos que el volumen del Mar de Salomón era de 444 y 4/9 codos cúbicos*"(Párrafo 193).

El paso siguiente del razonamiento del sefardí es hallar la equivalencia del valor del volumen determinado en codos cúbicos a otras unidades usuales en época bíblica. Como las de longitud, las unidades de volumen hebreas, fueron tomadas de otros pueblos y adaptadas a sus necesidades. También el cuerpo humano o las actividades humanas servían de modelo. Así, las unidades de capacidad menores eran el puñado o *komes*, dado por lo que cabía en un puño cerrado y el puñado abierto o *jofen*, cantidad que podían contener las dos manos juntas. Las de tipo medio dependían de la capacidad de los utensilios del agricultor, como la gavilla o *omer* y el cántaro o *kad nevel*, muy difíciles de equiparar con las unidades modernas. En la Biblia aparecen citadas bastantes unidades de capacidad de orden superior, algunas sólo en una ocasión, pero las más frecuentemente nombradas son: el *jomer,* prestada de los mesopotámicos, representaba la carga máxima que podía llevar un asno; el *efá*, de origen egipcio, equivalía a una décima parte de un jomer y se aplicaba a líquidos; y el *bat*, medida equivalente a un efá, que, si bien se empleaba más en sólidos, también hay varias referencias utilizado para medir líquidos. Sobre la equivalencia moderna de estas unidades existían opiniones dispares hasta que Albright descubrió, en una de sus excavaciones en tierras palestinas, en Laquis, un fragmento de jarra que lleva grabada la inscripción *bt lmlk*, que podría traducirse como "bat real", y que permitió a su descubridor estimar la capacidad de un bat en unos 22 litros (SCOTT, 1958).

Nos dice Abraham bar-Hiyya: "*Si multiplicamos dicha cantidad* [444 + 4/9] *por 4 + 1/2, o sea los 2000 bat que dice el texto bíblico, de manera que 1 codo cúbico contiene 4 + 1/2 bat*". Es decir, aplicando la equivalencia 1 codo cúbico = 4 + 1/2 bat, se obtiene para el volumen del Mar de Salomón la cantidad de 2000 bat. Este valor es exactamente el que aparece en el *Libro Primero de los Reyes*, al concluir la descripción del Mar de Salomón: "*Contenía dos mil batos*" (1 R. 7,26). Pero, si fijamos ahora nuestra atención en el *Libro Segundo de las Crónicas*, también, tras la descripción del depósito, encontramos el siguiente valor sobre su capacidad: "*Cabían en él tres mil batos*" (2 Cro. 4,5). La diferencia entre ambos textos es evidente y demasiado importante como para pasar desapercibida a los estudiosos del texto bíblico. El sefardí dedicará el párrafo 195 de su obra a intentar explicarla: "*Ya que hemos hablado del Mar de Salomón y de sus medidas, vamos ahora a explicar las discrepancias respecto a su capacidad que se encuentran en los textos bíblicos, puesto que en el pasaje del libro de los Reyes se dice que contenía 2000 bat y en el pasaje de las Crónicas se dice que contenía 3000 bat*".

Comienza por afirmar que la diferencia no puede deberse a un error del cronista, pues éste se limita a transcribir las palabras de Jehová: "*Lejos de nosotros el creer una cosa semejante, tratándose de las palabras de Dios vivo*". Tampoco la explicación estará en que se trata de unidades diferentes, pues ambos textos son absolutamente explícitos al mencionar la misma unidad, el bat; ni en suponer un distinto valor, pues el bat no sufrió modificaciones de valor apreciables en el Antiguo Testamento.

Su argumentación se va a inspirar en una creencia generalizada en las escuelas rabínicas, según la cual "*la capacidad aludida en el pasaje de los Reyes se refiere a líquidos, mientras que la capacidad aludida en las Crónicas se refiere a sólidos o áridos*". Pero, la explicación ofrecida en estas escuelas no va más lejos, y así la mayoría de fieles creen que la diferencia radica únicamente en este hecho, cuando, como muy bien razona Abraham bar-Hiyya, la diferencia entre medir capacidades iguales de líquidos y de sólidos, puede afectar a su peso, en función de la densidad del producto, pero no a su volumen, que sigue siendo el mismo. Otros creían que la medida del bat no era fija: cuando se refería a líquidos el valor era mayor que cuando se aplicaba a sólidos. También está interpretación es rechazada con ironía por el sefardí: "*¿Por qué motivo el bat medida de líquidos ha de ser mayor que el bat que mide los áridos? ¿Por qué no viceversa?*".

Para Abraham bar-Hiyya la diferencia radicaría en el modo de llevar a cabo la medición. Si en un recipiente se vierte líquido hasta llegar al borde, la superficie final es absolutamente horizontal y está a ras del borde. Pero si lo que se vierte es un sólido, como granos de trigo, entonces una parte se amontona en la superficie de modo que forma un cono que sobrepasa el borde del recipiente. Precisamente este hecho, bien conocido, hace que se utilice el rasero para igualar la medida de un sólido a la de un líquido. Si no se utiliza este instrumento, y se llena un recipiente con un árido se obtiene un volumen superior al que se alcanza llenando el mismo recipiente con un líquido.

Con el objetivo de calcular el volumen del cono que se crea al verter un árido en un recipiente recurre a la experiencia de los agrónomos en este menester.

> "*Los peritos dicen: toda medida, la boca de la cual es un cuadrado, si la llenamos vertiendo por encima de su boca un grano como el trigo, el coriandro, el mijo o cualquier otra cosa pequeña y fina*, *tendremos que el pilón sobre la boca de la medida forma como un cono de altura igual a la mitad del lado de la base, puesto que el ángulo del vértice del cono es un ángulo recto; y mientras el ángulo dicho no pase de recto, la materia amontonada se aguantará y no rodará hacia abajo*" (Párrafo 195).

Después nos recuerda lo expuesto en un capítulo anterior (el segundo) sobre volúmenes de cuerpos geométricos, en el que se demuestra que el volumen de la pirámide recta de base cuadrada y altura igual a la mitad del lado de la base es igual a 1/6 del volumen del cubo de igual base. Con estos precedentes vuelve al problema del cálculo de la capacidad del Mar de Salomón y supone que la forma cuadrada de la base llegará hasta la altura superior, es decir, imagina un paralelepípedo cuya base es cuadrada (10x10) y la altura 5 codos. El volumen de este cuerpo es de 500 codos cúbicos, que, a razón de 4 + 1/2 bat por codo cúbico, suponen 2250 bat. Añadimos ahora el volumen de la pirámide colocada sobre el paralelepípedo, que es 750 bat, y obtenemos 3000 bat. Es evidente, y Abraham bar-Hiyya es plenamente consciente de ello, que estos cálculos están basados en una configuración geométrica del Mar distinta de la que el mismo ha defendido, poco antes, cuando calculaba su volumen. Sabe bien que de realizarse sobre esa otra configuración el resultado ofrecería un valor del volumen total inferior y por lo tanto no acorde con la referencia bíblica. Por ello propone la siguiente explicación a la discrepancia textual:

> "*De manera que en el pasaje visto del libro de los Reyes, el texto nos informa del volumen del mar de Salomón en el cual los dos codos superiores son de forma circular, mientras que en el pasaje de las Crónicas el texto informa del volumen que contendría el mar de Salomón si todo el recipiente tuviera la forma cuadrada de la base, sumándole, además, el volumen correspondiente a la pirámide que podría amontonarse encima*".

Refuerza su tesis haciéndonos ver una sutileza semántica: en la cita del *Libro de los Reyes* se dice "*contenía*", dándose por supuesta su alusión a un líquido (agua lustral) y en la del *Libro de las Crónicas* el verbo utilizado es "*caben*", que se referiría al material sólido que podría amontonarse dentro del recipiente.

La posibilidad que abre Abraham bar-Hiyya al aceptar formas geométricas diferentes para el Mar de Salomón, siempre que se respeten las dimensiones básicas conocidas, constituye una vía sugerente para proponer otras soluciones del problema distintas de las del sefardí. Pero caben también otras posibilidades diferentes a la del cambio de forma. Un buen ejemplo es la solución propuesta por Conrad Schick (1896: 118-119), arquitecto alemán que estuvo durante muchos años colaborando en los trabajos de excavación y limpieza en los lugares santos de Jerusalén, y que escribió, a finales del siglo XIX, una extraordinaria monografía sobre el templo de Salomón y las reconstrucciones posteriores. En el apartado dedicado al “mar de bronce” (*das eherne Meer*) discrepa de las interpretaciones rabínicas basadas en cambios de formas no descritas en el texto bíblico y cree que la solución debe buscarse en otra concepción del monumento. Afirma que los bueyes estaban huecos y por su interior pasaban tubos. Estos tubos permitían que por la boca de los bueyes saliera agua que se recogía en unos pequeños recipientes situados a sus pies. De este modo los fieles podían hacer sus abluciones más cómodamente. Además este modelo se asemeja a las fuentes árabes construidas bajo la inspiración del Mar de Salomón, como la de la Alhambra, en la que la boca de los leones vierte continuamente agua. Calcula, por las dimensiones del recipiente mayor, que el diámetro de estos pequeños depósitos bajo la boca de los bueyes debería ser de 12 o 13 codos y la profundidad de 3/4 de codo. Estos datos le permitían estimar la capacidad de todos ellos en unos 1000 bats, lo que explicaría la diferencia entre los dos textos del Antiguo Testamento, uno habla de la capacidad de únicamente el recipiente mayor y el otro de toda la fuente. Pero la interpretación de Schick, aunque es altamente sugerente, tampoco se apoya en las referencias bíblicas estrictas.

Hemos expuesto un ejemplo de como pueden compaginarse las creencias religiosas con los conocimientos matemáticos. Abraham bar-Hiyya debe acomodar el texto bíblico, es decir, la palabra inspirada por Dios, a los principios matemáticos que él conoce y enseña en su texto. Por encima de los aspectos anecdóticos se vislumbran los recursos y las distintas estrategias a las que debe recurrir para alcanzar sus objetivos. Ante la primera situación, la determinación demasiado imprecisa de la diagonal de un cuadrado, opta por aceptar la incorrección de unas reglas (las excesivamente groseras aproximaciones que imponían los rabinos en algunos cálculos) por interpretar que iban dirigidas a un público no preparado y aplicadas, exclusivamente, con la intención de evitar la posible trasgresión de una norma religiosa. Diferente estrategia desarrolla cuando aborda la cuestión de la relación entre el perímetro y el diámetro del borde del Mar de Salomón; aquí juega con la ambigüedad del texto, que no distingue entre medida interior y exterior, para resolver hábilmente el problema. Pero el escollo más difícil se le presenta ante la discrepancia explícita entre dos pasajes bíblicos: en esta ocasión sigue apoyándose en la ambigüedad de los textos y, al mismo tiempo, debe tener en cuenta, para no contradecirlos, los razonamientos de los rabinos sobre esta cuestión expuestos en los comentarios talmúdicos. Consigue también salir airoso recurriendo a todo su saber matemático y a su ingenio.

Al margen de las hábiles interpretaciones de Abraham bar-Hiyya caben, como hemos visto, otras soluciones, acordes con el simbolismo religioso o con el sentido práctico, más libres respecto a la fidelidad a los textos sagrados, pero sin llegar a contradecirlos. En conclusión, el problema de las dimensiones del Mar de Salomón, como otros conflictos entre matemática y fe religiosa pueden generalmente resolverse sin llegar a afectar los fundamentos de ninguna de las dos creencias, gracias, por un lado, a la ambigüedad característica de la mayoría de textos religiosos y, por el otro, a la habilidad y creatividad matemática de los que buscan la conciliación. Además, y como se suele decir en matemáticas: la solución no siempre es única.

Bibliografia

ASHTOR, E. 1984. *The Jews of Moslem Spain*. Vol. 3. Jewish Publication Society, Philadelphia.

BAR-CHIJA, A. 1912. *Chibbur ha-Meschicha veha-Tischborelt. Lehrbuch der Geometrie*. (Herausgegeben und mit Anmerkungen versehen von M. Guttmann),Verein Mekize Nirdamim, Berlin.

BAR-HIIA, A. 1931. *Llibre de geometria. Hibbur hamesxiha uehatixboret* (Versió del hebreu per J. Millás i Vallicrosa). Ed. Alpha, Barcelona.

BENSCH, S. 2002. *Barcelona and its Rulers, 1096-1291*. Cambridge University Press, Cambridge.

BIBLIA DE JERUSALÉN. 1967. Desclée de Brouwer, Bilbao.

CURTZE, M. 1902. "Der Liber Embadorum des Abraham bar Chija Savasorda in der Übersetzung des Plato von Tivoli" en *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen,* vol. 12, pp.121–183. Teubner, Leipzig.

DELPHO, C.A. 1890. *Breve descripción y plano de la ciudad de Jerusalén y lugares circunvecinos (Como estaba en tiempo de Ntro. Señor Jesucristo compuesta en latín por Cristiano Adricomio Delpho en 1584 y traducida al castellano por el P. Vicente Gómez)*, Clemente Padró y Pou, Barcelona.

ENCICLOPEDIA DEL MUNDO BÍBLICO. 1970. Vol. 2. Plaza & Janés, Barcelona.

GLICK T. 1979. *Islamic and Christian Spain in the early Middle Ages*. Princeton University Press, Princeton.

LÉVY, T. 1997. "The Establishment of the Mathematical Bookshelf of the Medieval Hebrew Scholar: Translations and Translators" en *Science in Context*, núm.10, pp. 431-451.

LÉVY, T. 2001. "Les débuts de la littérature mathématique hébraïque: la géométrie d'Abraham bar Hiyya (XIe-XIIe s.)" en *Micrologus,* núm. IX, pp. 35-64.

MILLÀS I VALLICROSA, J. 1949. "La obra enciclopédica de R. Abraham bar Hiyya" en *Estudios sobre historia de la ciencia española*. C.S.I.C. , Barcelona, pp. 219-262.

REINA, M.F. 2007. *Poesía andalusí*, Editorial Edaf, Madrid.

SCHICK, C. 1896. *Die Stiftshütte, der Tempel in Jerusalem in der Tempelplatz der Jetztzeit*. Weidmannsche Buchhandlung, Berlin.

SCOTT, R.B.Y. 1958. "The Hebrew Cubit" en *Journal of Biblical Literature*, vol 77, núm 3, pp. 205-214.

José Mª Núñez Espallargas
Departamento de Didáctica de la Matemática.
Universidad de Barcelona. Espanha

E-mail: jmnunez@ub.edu