

RASTROS DO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NAS DÉCADAS INICIAIS DA ACADEMIA MILITAR DO RIO DE JANEIRO

Ligia Arantes Sad
UFES – Brasil

(aceito para publicação em dezembro de 2010)

Resumo

A partir de registros documentais examina-se alguns aspectos dos rastros deixados a respeito do ensino de cálculo e das suas *representações*, segundo abordagens orientadas pela história cultural. Nesse sentido, as representações são evidenciadas em interesse da história da matemática, voltada à memória educacional e cultural do ensino de cálculo diferencial e integral, no contexto de formação superior da Academia Militar do Rio de Janeiro, na primeira metade do século XIX. No início deste período, os livros que circulavam no Brasil – usados com fins didáticos – eram em grande parte estrangeiros, sendo que para o cálculo diferencial e integral as presenças mais citadas de obras originais eram dos autores: Sylvestre François Lacroix, Adrien-Marie Legendre, Leonhard Euler e Alexis Fontaine, sendo que logo foi feita tradução do primeiro. Discute-se, pois, a presença nestas obras das vicissitudes advindas de transições epistemológicas dos desenvolvimentos do cálculo, como as provocadas pelos métodos embasados ainda em quocientes de razões entre diferenciais, que por sua vez eram transladadas em termos de séries infinitas ou de somas finitas, sem a passagem explícita ao limite e concluindo pelas diferenças infinitesimais. Especial destaque é atribuído às críticas relativas aos métodos utilizados e outros aspectos idiossincráticos relacionados ao cálculo, os quais foram “garimpados” em meio aos achados especiais de algumas notas de aula de alunos da Academia Militar. A intenção maior com esse olhar micro ou localizado é trazer para as discussões o lado do receptor (aluno ou professor) das informações divulgadas por meio dessas obras, concordando com a existência de muito mais informações quanto ao outro lado – dos produtores (autores renomados). Assim, após um aflorar dessas reflexões e críticas relacionadas ao ensino do cálculo diferencial e integral para os alunos da Academia Militar, incorpora-se considerações analíticas, possibilidades e outras incertezas a serem investigadas.

Palavras-chave: História da Matemática, Ensino de Cálculo Diferencial e Integral, Academia Militar do Rio de Janeiro.

[TRACES OF THE TEACHING OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS: EARLY
DECADES OF THE MILITARY ACADEMY OF RIO DE JANEIRO]

Abstract

From documentary registers one examines some aspects of the tracks left regarding the calculation teaching and of its representations, according to approaches guided for cultural history. In this direction, the representations are evidenced in interest of the history of the mathematics, directed to the educational and cultural memory of the teaching of differential and integral calculus, in the context of superior formation of the Military Academy of Rio de Janeiro, in the first half of century XIX. At the beginning of this period, the books that circulated in Brazil - used with didactic ends - were to a large extent foreign, being that for the differential and integral calculus the cited presences more of original workmanships were of the authors: Sylvestre François Lacroix, Adrien-Marie Legendre, Leonhard Euler and Alexis Fontaine, being that soon translation of the first one was made. It is argued, therefore, the presence in these workmanships of the happened vicissitudes of epistemological transitions of the developments of the calculus, as the provoked ones for the methods based still in quotients of reasons between differentials, that in turn were translated in terms of infinite series or finite additions, without the explicit ticket to the limit and concluding for the infinitesimal differences. Special prominence is attributed to critical relative to the used methods and the other related idiosyncratic aspects to the calculus, which had been “panned” in way to the findings special of some notes of lesson of pupils of the Military Academy. The biggest intention with this micron look or located is to bring for the quarrels the side of the receiver (pupil or teacher) of the information divulged by means of these workmanships, agreeing to the existence of much more information how to the other side - of the producers (famous authors). Thus, after one to arise of these related critical reflections and to the teaching of the differential and integral calculus for the pupils of the Military Academy, become incorporated analytical considerations, possibilities and other uncertainties to be investigated.

Keywords: History of Mathematics, Differential and Integral Calculus teach, Military Academy of Rio de Janeiro.

Introdução

Este artigo teve base de contribuição na pesquisa histórica, documental e bibliográfica, intitulada “*Produções matemáticas de um aluno da Academia Real Militar do Rio de Janeiro*”¹, aliada a outras fontes e textos referentes à presença da matemática no

¹ Investigação desenvolvida por SAD, L. A., entre 2007 e 2009, como atividade de pesquisa no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFES.

ensino superior, na primeira metade do século XIX. A abordagem e as análises para a constituição deste texto foram conduzidas segundo a matriz epistemológica específica do ensino do cálculo diferencial e integral, no contexto de formação de alunos da Academia Militar.

Boa parte das investigações dos primórdios desse ensino militar no Rio de Janeiro encontram importantes registros sobre esta Academia e seus desdobramentos em diferentes instituições, conforme comentários ainda neste item. Dentre os registros focaliza-se mais nos que contém indicações de procedimentos referentes à formação dos alunos, livros e compêndios didáticos de matemática utilizados pelos lentes e alunos daquela época. Estes dados foram encontrados em fontes como: documentos do Arquivo Nacional (Coleção série-Guerra), Carta Régia de 4 de dezembro de 1810, Estatuto de 1810 de D. Rodrigo Coutinho, textos e manuscritos da Biblioteca Nacional e da Biblioteca de Obras Raras da Universidade Federal do Rio de Janeiro (BOR/UFRJ).

Nos procedimentos analíticos para as construções históricas textuais, encontrou-se contribuições pertinentes entre as ideias comentadas por Burke (2005), principalmente a respeito das variadas formas de *representações* impressas nos registros históricos. Assim, concordando com este autor, elas serão enfatizadas no sentido de uma estrutura dinâmica que aproxime as representações das práticas, ao observar as questões culturais que se constroem em termos educacionais, sociais e políticos nos anos oitocentistas.

Com esta orientação, breves contextualizações e recortes do entorno educacional articulado ao objeto central explorado – o cálculo diferencial e integral na formação dos estudantes da Academia Militar – são abordadas neste texto. A função delas é subsidiar uma construção histórica das representações do passado, para fundamentar “*a reflexão sobre as condições que permitem sustentar um discurso histórico como representação e explicação adequadas da realidade que foi*” (CHARTIER, 1945, trad. de 2009).

As reflexões sobre os documentos encontrados e pesquisas realizadas conduziram a perguntas como: Que cálculo diferencial e integral era ensinado nas primeiras décadas da Academia Militar? Com que objetivos e influências culturais educacionais? Como eram os métodos de ensino e os livros utilizados com fins didáticos?

Historicamente, como marco inicial, tem-se a criação da Academia Real Militar, que ocorreu em 4 de dezembro de 1810, pela Carta Régia de D. João VI, subscrita e pontuada de diretivas pelo conde de Linhares e Ministro da Guerra – D. Rodrigo Coutinho – que no exercício de cargos diplomáticos, pode percorrer a Europa e vislumbrar as formações outorgadas aos militares, inspirando-se para estabelecer os Estatutos de funcionamento desta instituição brasileira, sob ingerência portuguesa. Na primeira parte dessa Carta encontra-se:

“D. João, por Graça de Deus, Príncipe Regente de Portugal e dos Algarves, d’aquém e d’além [...]. Faço saber que a todos que esta carta virem, [...] que se estabeleça no Brasil e na minha atual Corte e Cidade do Rio de Janeiro, um curso regular das Ciências exatas e de Observação, assim como de todas aquelas que são aplicações das mesmas aos Estudos Militares e Práticos que formam a Ciência Militar em todos os seus difíceis e interessantes

ramos, de maneira que dos mesmos Cursos de estudos se formem hábeis oficiais de Artilharia, Engenharia e ainda mesmo Oficiais de classe de Engenheiros Geógrafos e Topógrafos, que possam também ter o útil emprego de dirigir objetos administrativos de Minas, de Caminhos, Portos, Canais, Pontes, Fontes e Calçadas” (BOLETIM DA SBC, n. 52, mar 2004, p. 3).

Nela se observa a predominância da matemática e de outros campos das áreas exatas, tendo em vista a destacada necessidade de forte formação de engenheiros civis e militares, bem como de oficiais para o exército brasileiro, justificada pela alegação de defesa e construções de interesses socioeconômicos na colônia brasileira. Esses passos são decisivos na construção da área de Engenharia dentro dessa junção de ciências e práticas militares, semelhantemente ao ocorrido em Portugal e outros países europeus. Esta união provocou mudanças e mesmo conflitos no ensino militar brasileiro, que vinha sendo praticamente vinculado às aulas básicas de Fortificação e Artilharia. Assim, a Academia Real Militar foi instalada em 1811 na Casa do Trem², aproveitando as estruturas de ensino da Real Academia que ali funcionava desde 1792. Porém, no ano seguinte, passou para outras instalações no Largo de São Francisco de Paula (Largo Real da Sé Nova) onde funcionou como Imperial Academia Militar 1822-1832, seguida de Academia Militar da Corte até 1838, e Escola Militar de 1839-1858. Depois deste ano, teve a separação em três escolas – Escola Central, Escola Militar e de Aplicação, e Escola Militar Preparatória do Rio Grande do Sul – das quais somente a Escola Central³ continuou no Largo de São Francisco de Paula.



Figura 1: Academia Militar - Séc. XIX ;

Academia Militar - Séc. XX.

Fotos tiradas a partir do texto presente no Panteon de Caxias – RJ / jul. 2008.

² Local onde funcionava o Arsenal de Guerra no Rio de Janeiro, e atualmente é parte do Museu Histórico Nacional.

³ Em 25 de abril de 1874, pelo decreto n. 5600, esta escola passou a denominar-se Escola Polytechnica, oferecendo seis cursos: Cursos de ciências físicas e naturais (formando doutores em ciências físicas da natureza e matemática); Curso de engenheiros geógrafos; Curso de engenharia civil; Curso de engenharia de minas; Curso de artes manufaturadas (título de engenheiro industrial). (SILVA, 2003).

O ensino na Academia Militar

As aulas na Academia Militar (como neste presente texto denominar-se-á esta instituição em toda a primeira metade dos anos oitocentistas) eram feitas mediante instrução oral dos conteúdos científicos, com exposição do lente aos estudantes em cerca de três quartos da aula (cada aula com duração de uma hora e meia), sendo designado o final das aulas para exercícios e revisões. Procedimento pautado em rígidos moldes disciplinares, sendo sujeitos às punições no caso de transgressões, conforme consta na parte IX dos Estatutos (na Carta Régia / dez. 1810):

“Todos os estudantes devem achar-se nas suas respectivas aulas às horas em que se der princípio às lições; os que não se acharem presentes seis minutos depois da hora fixada, serão apontados como ausentes pelo guarda, que a essa hora fizer o ponto e só serão anotados com a declaração de que chegaram a tempo se os mestres assim o ordenarem, vendo que são bons e zeloso estudantes e que justo foi o motivo para a demora. O ponto se praticará também no fim das aulas e os que saírem antes dos professores, terão ponto de ausentes, ainda que se retirassem quase no fim da aula, salvo se houver justo motivo para assim o fazerem, reconhecido pelo lente. Guardarão profundo silêncio nas aulas, exceto quando forem chamados a darem conta das lições. Para com os mestres se haverão com maior respeito e obediência e os que desobedecerem três vezes, sendo publicamente repreendidos, se recaírem, poderá o mestre expulsá-los de aula e dar conta à Junta Militar [...]”⁴. (ibidem, p. 11)

Além disso, os lentes eram obrigados a repetirem, aos sábados, as explicações da semana, para *“fazer conhecer aos discípulos, não só o necessário encadeamento do que se seguem das verdades mostradas e também os diferentes métodos de as ministrar [...]”* (ibidem, p. 10). De acordo com essas exigências estava o método de ensino abordado, não deixando dúvida de que a memorização tinha papel destacado, convergindo ao comentário de Oliveira (2005, p. 174): *“a carta régia apresenta a idéia da repetição como forma de fixação dos conhecimentos”*.

A respeito das ciências que os lentes deveriam ministrar, esta Carta contém orientações, conforme destaques também feitos por SARAIVA, 2007, pp. 27-28 e SILVA,

⁴ Na criação da Academia Real Militar, a Carta Régia de 4 de dezembro de 1810 estabeleceu também que sua direção seria confiada a uma Inspeção Geral do Ministro Secretário de Estado da Guerra e, sob suas ordens uma *Junta Militar* diretora, cujos membros eram um presidente (tenente general do Corpo de Artilharia ou de Engenheiros) e quatro ou mais oficiais superiores (patente de coronel para cima). Todos os professores eram nomeados por indicação dessa *Junta Militar*, que foi substituída por uma Congregação de Lentes somente em 1831. (Informações extraídas da Carta Régia de 4 de dez. 1810 e do Boletim da SBC, jan. 2003, n. 50).

1996, p. 81. Pode-se observar, por exemplo, a ênfase dada à parte matemática nos quatro primeiros anos (curso matemático):

- 1º (primeiro) ano – Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria Retilínea e noções da Esférica; utilizando-se dos métodos de Euler, princípios de aritmética e da álgebra de Lacroix, geometria e trigonometria de Legendre.
- 2º (segundo) ano – Cálculo Diferencial e Integral, ou Fluxões e Fluentes, com suas aplicações à Física, à Astronomia e ao cálculo de probabilidades; além de uma aula de Geometria Descritiva, alternada com Desenho. Com a recomendação de que: “O lente deverá formar o seu compêndio⁵ debaixo dos princípios de Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral de Lacroix e terá cuidado de ir adicionando todos os métodos e novas descobertas que possam ir fazendo-se.” (BOLETIM DA SBC, n. 52, mar 2004, p. 5).
- 3º (terceiro) ano – Princípios da Mecânica (Dinâmica e Estática), Hidrodinâmica (Hidroestática e Hidráulica), incluindo a aprendizagem e uso de máquinas e suas aplicações. Das obras de Bezout, Robins e Euler as referências aos princípios teóricos dos problemas de Balística. Aula de Desenho em dois dias da semana.
- 4º (quarto) ano – Trigonometria Esférica de Legendre, Óptica, Astronomia e Geodésia. Se servindo das obras de La Caille, La Landre e da Mecânica Celeste de Laplace, no que se refere a latitudes, longitudes, e aplicações de medidas Geodésicas. Aula de desenho de máquinas.
- 5º (quinto) ano – Tática, Estratégica, Castramentação, Fortificação de Campanha e Reconhecimento de Terrenos; formando um compêndio com base nas obras de Vernon, Cessac e do Manual Topográfico do Arquivo Militar francês. Química (inclusive conhecimentos de minas) com bases em Lavosier, Lagrange, Fourcroy.
- 6º (sexto) ano – Fortificação, Ataque e Defesa; Traço e Construção das Estradas, Pontes, Canais e Portos; Orçamento das Obras. Mineralogia e Desenho.
- 7º (sétimo) ano – Artilharia Teórica e prática, Minas e Geometria Subterrânea. História Natural (Reinos Animal e Vegetal).

Nota-se que, de início, os estudantes eram admitidos após 15 anos de idade e submetidos a exames, para ingresso no primeiro ano, em Aritmética básica, leitura, escrita e gramática da língua. Os estatutos de modo implícito privilegiavam os estudantes que tinham mais acesso à educação, o que tendia a favorecer aos pretendentes de classe social abastada⁶, pois estabelecia para aqueles que soubessem a língua latina, grega e línguas vivas, lugares nas aulas, com os nomes colocados nos primeiros lugares das listas dos matriculados (Carta Régia de 1810; MOTTA, 2001; OLIVEIRA, 2005, SOUZA 1999). Os

⁵ As obras ou livros usados nas escolas, de modo geral, eram nessa época do século XIX comumente denominados de *compêndios*, assim como as compilações escritas feitas por professores a partir de diversas obras e notações para fins didáticos.

⁶ Segundo Souza (1999, p. 53): “parece não restar dúvidas quanto à origem social dos militares que alcançaram o generalato no início do século XIX; em sua maioria eram primeiros-cadetes, ou seja, fidalgos ou filhos de militares de alta patente”.

estudantes tinham, no primeiro ano, um curso voltado para a matemática mais básica⁷, de modo a prepará-los para os anos seguintes. Especificamente, no segundo ano, os alunos detinham-se mais aos estudos do Cálculo Diferencial e Integral. Constam pequenas diferenças na tabela de matérias com o passar dos anos trinta, por exemplo: em 1842 inclui-se Álgebra Superior (ao invés de Aplicações algébricas) e adiciona-se formalmente Geometria Analítica; ao terceiro ano, em 1838, também é apresentada como matéria a Análise finita e infinitesimal e, a partir de 1842, a Mecânica racional aplicada às máquinas. (Arquivo Nacional do Rio de Janeiro, IG³ 17).

Os primeiros lentes efetivos eram militares graduados, geralmente com formação em Portugal, na Universidade de Coimbra ou na Academia Real dos Guardas-Marinhas. A turma iniciante, com 73 alunos, teve os lentes nomeados pelo Príncipe Regente (OLIVEIRA, 2005), vide quadro 1. Esta lista de docentes logo sofre variação, sendo necessária também a nomeação de professores substitutos.

Quadro 1: Primeiros lentes da Academia Militar

	Lentes	Matéria de ensino
1º ano	Antônio José do Amaral (brasileiro)	matemática
2º ano	Francisco Cordeiro da Silva Torres (português) José Vitorino dos Santos e Souza (brasileiro) João José de Souza (brasileiro)	matemática geometria descritiva desenho
3º ano	José Saturnino da Costa Pereira (brasileiro) João José de Souza (brasileiro)	matemática desenho
4º ano	Manoel Ferreira de Araújo Guimarães (brasileiro) Luís Antônio da Costa Barradas (português) João José de Souza (brasileiro)	matemática física desenho
5º ano	João de Souza Pacheco Leitão (português) Daniel Gardner (inglês)	tática e fortificação química
6º ano	Salvador José Maciel (brasileiro) José da Costa Azevedo (brasileiro)	tática e estratégias militares mineralogia
7º ano	Manoel da Costa Pinto (português) José da costa Azevedo (brasileiro)	artilharia história natural

Várias foram as dificuldades na consolidação⁸ e sucesso da Academia Militar. Pode-se apontar como entraves: a instabilidade na fixação local dos alunos e lentes com as campanhas militares intensivas, a insatisfação dos docentes com baixos soldos e os atrasos em receber, a dificuldade com poucos e apropriados materiais didáticos, além das muitas

⁷ No sentido que atualmente se considera na educação brasileira, na qual a matemática básica faz parte da educação básica, que precede o ensino superior. Em 1810, aos alunos do primeiro ano da academia Militar, eram indicadas como matérias: “*Aritmética, Álgebra até teoria geral das equações, Geometria, Trigonometria retilínea, dando também as primeiras noções da Esférica*” (Arquivo Nacional do Rio de Janeiro, IG³ 17). Sendo acrescido, em 1835, o uso das Taboas Logarítmicas e trocado a denominação para Trigonometria plana (ao invés de retilínea).

⁸ Indicam fatos dessa natureza diversos oficiais trocados entre oficiais graduados e lentes do corpo docente da Academia Militar com a Junta Militar, constantes nos documentos sob o código IG³ 1 a 5, do Arquivo Nacional do Rio de Janeiro.

reprovações dos alunos nos dois primeiros anos, chegando ao terceiro ano em pequeno número. No documento do Arquivo Nacional (IG³ 2), datado de 1812, encontram-se registrados os nomes dos alunos dos três primeiros anos – sendo que, no primeiro ano, constam 43 matriculados, no segundo 25 e no terceiro apenas 6 (ver figura 2). Nos anos seguintes, até durante a próxima década, o número de alunos matriculados diminuiu e a situação acadêmica dos alunos continuou crítica em relação ao baixo número dos que permaneciam até formar. Apresenta-se como exemplo (figuras 3 e 4) os registros dos totais desses alunos nos anos de 1818 e 1820.

Relatório da Real Academia Militar em 1812

Matriculados

		Matriculados	Examinados	Examinados e aprovados	Examinados e reprovados	Examinados e não examinados	Examinados e não matriculados	Examinados e não matriculados	Examinados e não matriculados	Examinados e não matriculados	Examinados e não matriculados	Examinados e não matriculados	Examinados e não matriculados
Regimento de Artilharia da Corte	Capitão Antonio José de Brito												
	Capitão José Francisco de Sousa												
	1.º Tenente Thomaz Barata de Moraes	1											
	1.º Tenente Manuel José de Oliveira	3											
	1.º Tenente José de Almeida	3											
1.º Tenente João Carlos de Sousa													
Total		8											

Luiz Prates de Almeida e Albuquerque
Secretario da Academia.

Figura 2: “Mappa” do 3º ano da Academia Militar – 1812
Fonte: Arquivo Nacional, IG³ 2.

Mappa de resultados dos trabalhos das classes, aulas da Academia Real Militar no anno lectivo de 1818.

	Matriculados	Presenças	Exames					Presenças	Exames
			Exames						
			Matemática	Algebra	Geometria	Physica	Quimica		
Primeira Classe	35	17	11	1	3	1	11	3	
Segunda Classe	11	6	5	1	2		5		
Tercera Classe	1	6	6		2		2		
Quarta Classe	4	3	3				1		
Quinta Classe	5	3	2				2	1	
Sexta Classe	3	3	3						
Aula de Logica e Retorica	3	3	3						
Aula de Quimica	5	3	2				2	1	
Totals	66	38	33	2	7	1	30	3	

Figura 3:
“Mappa” do ano de 1818
Total de alunos matriculados: 66

Fonte: Arquivo Nacional – IG³2

Mappa de resultados dos trabalhos das classes, aulas da Academia Real Militar no anno lectivo de 1820.

	Matriculados	Presenças	Exames					Presenças	Exames
			Exames						
			Matemática	Algebra	Geometria	Physica	Quimica		
Primeira Classe	61	23	11	2	3	5	32	11	
Segunda Classe	14	16	16	1	3		2	3	
Tercera Classe	3	7	7		3		2		
Quarta Classe	3	3	3		3				
Quinta Classe	1	7	7		3		1		
Sexta Classe	4	4	4		3				
Sexta Classe	2	2	2						
Physica	1	2	2						
Quimica	7	7	6	1					
Mineralogia	4	4	4						
Logica e Retorica	2	2	2						
Totals	103	66	46	3	11	5	37		

Figura 4:
“Mappa” do ano de 1820
Total de alunos matriculados: 103

Fonte: Arquivo Nacional – IG³2

Além das obras citadas acima (na Carta Régia de 1810), outras recomendações constam no Ofício da Congregação do Lentes da Academia Militar; em 1834 tem-se: “Para

o 2º ano, os atuais compêndios de Lacroix e de Estática e Dinâmica de Francoeur. (...) Para o 4º ano adotou os mesmos compêndios que até agora serviram com a substituição da Trigonometria Esférica de Legendre a de Lacroix” (Arquivo Nacional, IG³ 5). Isso reafirma o controle político em comum acordo expresso anteriormente pela posição da Junta da Academia Militar, ao requerer homogeneidade na autoria dos livros de matemática adotados, com opção pelo autor Lacroix, bem aceito na França e difundido em vários outros países.⁹ Contudo, a lista de autores disponíveis para serem utilizados é bastante ampliada ao juntar-se a relação dos livros de matemática expedida por essa Academia Militar em 1834 e 1837 (Arquivo Nacional, IG³ 5) com a coleção de livros publicados antes de 1850 e extraída do Catálogo da Biblioteca da Escola Polytechnica (MATHOS, 1925), possivelmente adquiridas ainda nas primeiras décadas da Academia Militar. Segue parte da ampliação da lista, composta em relação ao cálculo diferencial e integral:

- Sylvestre F. Lacroix – “*Traité du calcul différentiel et du calcul integral*” (1810, 1814, 1819) e “*Cours complet de mathématiques*” (1836);
- Joseph L. Lagrange – “*Leçons sur le calcul de fonctions*” (1806); “*Théorie des fonctions analytiques*” (1813);
- Adrien M. Legendre – “*Exercices de calcul integral sur divers ordres de transcendentes et sur les quadratures*” (1811, 1817);
- Leonhard Euler – “*Introductio in analysen infinitorum*” (1748), “*Institutiones Calculi Differentiali*” (1755) e “*Institutiones Calculi Integralis*” (1824);
- Isaac Newton – “*La méthode des fluxions et des suites infinies*” (1742); “*Philosophiae naturalis principia mathematica*” (1739) ;
- Colin Maclaurin – “*Traité des fluxions*” (1749);
- Gottfried W. Leibniz – “*Opera omnia*” (1768);
- Jean B. Biot – “*Recherches sur l’integration des equations différentielles partielles*” (1803);
- Jérôme Lalande – “*Tables de Logarithmes*” (1831);
- Lazare Carnot – “*Réflexions sur La methafisique du calcul infinitesimal*” (1841);
- Guillaume F. A. de L’Hospital – “*Analyse des infiniment petits pour l’intelligence des lignes courbes*” (1816);
- Francisco B. G. Stockler – “*Methodo inverso dos limites ou desenvolvimento geral das funções algorithmicas*” (1824); “*Compendio da theoria dos limites ou introdução ao methodo das fluxões*” (1794);
- Jean A. N. Condorcet – “*Du calcul integral*” (1765);
- Augustin L. Cauchy – “*Leçons sur Le calcul différentiel*” (1829);
- Jacques A. J. Cousin – “*Traité du calcul différentiel*” (1796);
- Johannes Bernoulli – “*Opera omnia*” (1742);
- Louis B. Francoeur – “*Cours complet de mathématiques pures*” (1837);
- Jean G. Garnier – “*Leçons de calcul différentiel*” (1811);

⁹ A esse respeito encontra-se mais comentários em: Dhombres (1985); Boyer (1959); Silva (1996); Grattan-Guinness (2005); Congregação de Lentes – 1834 (Arquivo Nacional, IG³ 7); Ofício do Sr. José Firmino Roiz Vasconcelos, sobre a academia Real Militar – memória histórica de 1815 (Arquivo do Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro, L,17, n. 266).

- Silveira T. A. da Costa – “*Lições do calculo differencial*” (1801);
- Jean B. E. Bourguet – “*Traité élémentaries de calcul différentiel et integral*” (1811);
- Samuel F. Lubbe – “*Traité de calcul différentiel et de calcul intégral*” (1832);
- Vincenzo Brunacci – “*Corso di matematica sublime. Calcolo differenziale, integrale e sue applicazioni*” (1806).

Essa seleção diversificada instigou às seguintes reflexões: considerando fora de dúvida o destaque dado à recomendação oficial ostentada pelos lentes às obras de Lacroix, quais dessas outras obras foram utilizadas didaticamente? Que realces epistemológicos no desenvolvimento do cálculo podem ser observados nessas obras? Na busca de possíveis respostas, dentro do quadro contextual traçado, analisou-se os conteúdos dos livros e examinou-se os manuscritos¹⁰ compilados pelo ex-aluno, lente e até diretor da Academia Militar – tenente coronel Manoel José de Oliveira (1788-1838) – a partir de notas de aulas suas e de outros alunos. Uma síntese deste exame, restrito ao Cálculo Diferencial e Integral, apresenta-se no item seguinte.

Representações no ensino de Cálculo Diferencial e Integral

A intenção maior com esse olhar mais localizado tem dois objetivos. Primeiro é trazer para as discussões o importante lado do receptor (aluno ou professor) das informações divulgadas por meio das partes relevantes de destacadas obras, concordando com Silva (2009, p. 39) a respeito da existência de maiores informações quanto ao outro lado – dos produtores (autores renomados). Segundo, abordar alguns aspectos relevantes de uma análise histórico epistemológica do ensino de cálculo nas décadas iniciais da Academia Militar.

Para seguir esses objetivos toma-se como base os exemplares dos livros de cálculo de Lacroix (1810) e de outros livros de cálculo datados do século dezoito, bem como de traduções em português de alguns deles, que foram encontrados nos excelentes acervos da Biblioteca de Obras Raras da Universidade Federal do Rio de Janeiro (BOR/UFRJ) e da Sessão de Obras Raras da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro. Além disso, ao explorar as anotações de alguns alunos das primeiras décadas do século XIX, encontrou-se citados os nomes dos autores: Lacroix, Legendre, Euler, Newton, Bernoulli, Fontaine, Guimarães, Bellidor e Bezout.

¹⁰ Manuscritos (I-47, 10, 2; I-47, 12,1; e I-47, 6, 6) da Biblioteca Nacional – RJ. Originalmente trabalhadas por Sad (2007-2009), conforme nota de rodapé n.1.

Das obras de cálculo de Lacroix, já estudadas por outros pesquisadores¹¹, destaca-se o *Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Integral* (1ª edição 1797-1800; 2ª edição 1810-1819), em três volumes (Tomos I, II e III) que, para simplificar, abrevia-se por *Traité du Calcul* (figura 5); e o *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Integral*, em sua segunda edição de 1806 (figura 7), que foi constituída como uma simplificação da obra anterior e dirigida ao ensino, abreviada por *Traité Élémentaire de Calcul*.

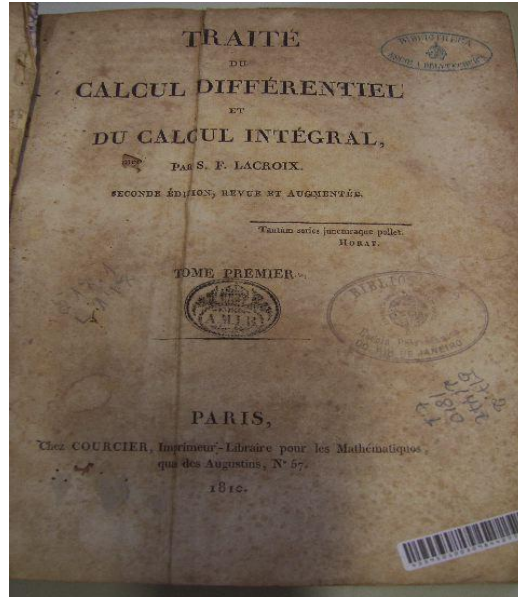


Figura 5:
Página de rosto da obra de Lacroix (1810) - Tomo I –
“*Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Integral*”.
Fonte: Biblioteca de Obras Raras da UFRJ.

O livro, *Traité Élémentaire de Calcul*, foi traduzido e impresso no Brasil em 1812 (figura 6), em dois volumes, para ser didaticamente utilizado na Academia Militar do Rio de Janeiro. Seu tradutor, Francisco Cordeiro da Silva Torres de Souza Melo e Alvim¹², era

¹¹ Entre estes pesquisadores evidencia-se a recente obra de autoria de Domingues (2008); dos anteriores: Boyer (1959); Schubring (1987) e Silva (1996).

¹² Francisco C. S. T. S. M. e Alvim (1775-1856), militar luso-brasileiro, tenente-general de família com vários parentes militares, formou-se em engenharia pela Academia Real dos Guardas-Marinhas de Lisboa e foi para o Rio de Janeiro em 1809. Dois anos depois, já promovido a capitão, foi nomeado lente de Álgebra, Geometria, Cálculo Diferencial e Integral, e Engenharia Militar na Academia Real Militar no Rio de Janeiro, onde atuou por 25 anos. Tradutor de obras de Lacroix (sobre Aritmética, Álgebra e Cálculo Diferencial e Integral), de obras americanas sobre pesos e medidas, e de outras sobre economia, geografia e engenharia. Além disso, foi Ministro da Guerra (1824) no Primeiro Reinado, recebeu os títulos de Visconde de Jerumirim, oficial da Imperial Ordem do Cruzeiro e cavaleiro da Imperial Ordem de Avis. Coordenou obras de engenharia no Rio de Janeiro e foi um dos fundadores

lente e sargento do corpo de engenheiros naquela instituição.

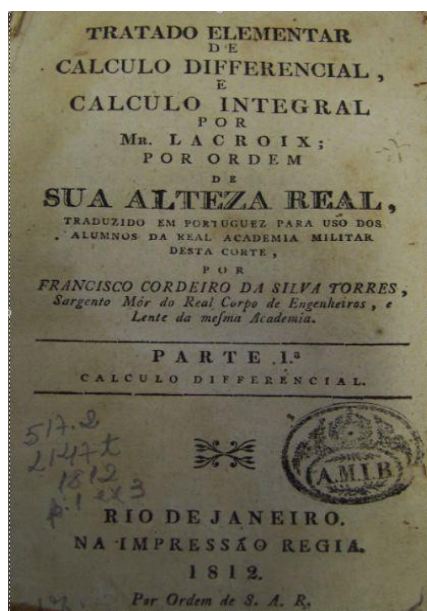


Figura 6: Tradução brasileira de TORRES (1812), v. 1, primeira parte da obra de Lacroix: *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*.
Fonte: Biblioteca de Obras Raras da UFRJ.

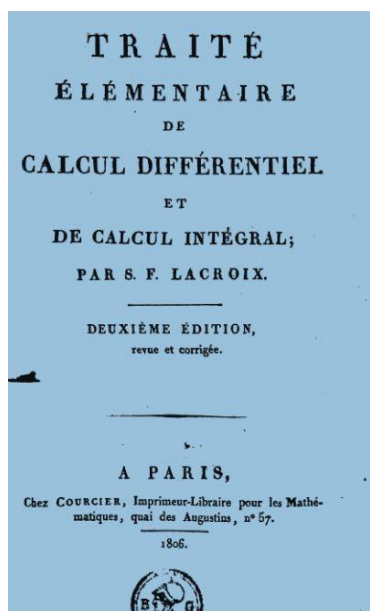


Figura 7: LACROIX, F. *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*, 2ª ed, 1806.
Fonte: <http://books.google.com>, acesso em Nov. 2009.

O Tratado amplo (*Traité du Calcul*) foi organizado em 3 volumes, mais de 1800 páginas, que sofreram ainda adições e correções na segunda edição (1810-1819). Conforme comentários de Domingues (2008, p.22), uma verdadeira enciclopédia de cálculo do século XVIII, que permaneceu modelo de referência pelo século XIX em sucessivas edições. O primeiro volume (Tomo I) – *Calcul Differential* – inicia com um prefácio e uma introdução, que ocupam 158 páginas, seguindo-se 5 grandes capítulos. O segundo (Tomo II) – *Calcul Integral* – abrange 10 capítulos. O terceiro volume (Tomo III) – *Des differences et des séries* – distribui-se em oito capítulos, mais Apêndice e Índice com 26 figuras.

Enquanto que no *Traité Élémentaire de Calcul* (1806) Lacroix procurou ser mais sintético, devido a sua finalidade ao ensino, embora incluindo em sua sistematização quase todos os tópicos abordados. Estruturalmente dividiu este exemplar único em duas grandes

e diretores do Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro, falecendo em 1856. (SILVA, 1996; OLIVEIRA, 2005; Biblioteca Digital do Senado Federal, disponível em <<http://www2.senado.gov.br/>>, acesso em dez. 2009).

partes (*Calcul différentiel* e *Calcul intégral*) e um Apêndice (com 87 páginas, sobre as notações e aplicações, tanto no cálculo das diferenças das séries, como na interpolação de sequências). Ao todo, 600 páginas mais figuras e errata. Enquanto que, a tradução de Alvim (1812) foi dividida em dois exemplares, um para a 1ª Parte (*Calculo Diferencial*) e outra para a 2ª Parte (*Calculo Integral*). Mas, pelo exame feito em seu teor, observa-se que é uma tradução bem fiel à obra francesa, mantendo as mesmas simbologias, buscando equivalentes semânticos e igual estrutura na composição do texto; inclusive na numeração dos parágrafos correspondentes a cada tópico, noção e desenvolvimento teórico ou algorítmico matemático. Cabe notar, porém, que dessa referida tradução não consta um índice dos tópicos abordados, como no de Lacroix – intitulado de “Table des Matières” (LACROIX, 1806, p. v-xii).

Nas análises a seguir, vamos evidenciar a presença nestas obras das vicissitudes advindas de transições epistemológicas dos desenvolvimentos do cálculo, como as provocadas pelos métodos embasados ainda em quocientes de razões entre diferenciais, que por sua vez eram, geralmente, trasladadas em termos de séries infinitas ou de somas finitas, sem a passagem explícita ao limite e concluindo pelas diferenças infinitesimais. Para isso utilizaremos alguns fragmentos dessas duas obras e seu relacionamento com as anotações de alunos da Academia Militar.

Desde o início do *Traité de Calcul*, há uma referência forte à *quantidade* e sua respectiva *grandeza*, denominando-se a quantidade de *variável* se ela pode mudar de grandeza. A noção de *função* é abordada simplesmente como uma relação entre quantidades, variáveis dependentes de outras variáveis, sem tocar na característica unívoca das variáveis dependentes.

“Toute quantité dont la valeur dépend d'une ou de plusieurs autres quantités, est dite fonction de ces dernières, soit qu'on sache ou qu'on ignore par quelles opérations il faut passer pour remonter de celles-ci à la première” (LACROIX, 1810, p.1 da Introdução).

Do modo semelhante mostra-se no *Traité Élémentaire de Calcul* (1806) e na tradução de Alvim (1812), onde a noção de função está logo no início da 1ª Parte, item 2. (figura 8).

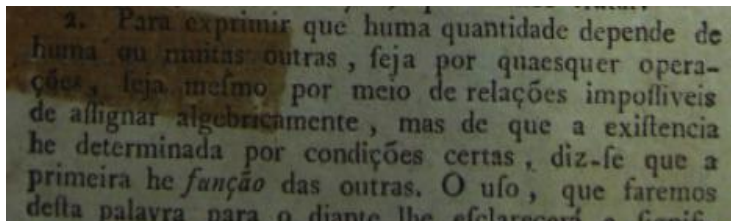


Figura 8: Fragmento da obra de Lacroix, tradução de Alvim (1812, p. 1)

Para se referir a *diferencial*, há nesta mesma obra, item 5. (1ª Parte), o desenvolvimento da diferença entre dois “estados” de uma função u que depende da variável x , ordenada segundo as potências do aumento h , que se faz a x . O autor, então, toma a expressão $u = ax^3$ como exemplo de função, escreve $x+h$ no lugar de x , como outro estado da função, obtendo $u' - u = 3ax^2 h + 3axh^2 + ah^3$. Afirma:

“[...] o desenvolvimento da diferença dos dous estados da função u , ordenado segundo as potências do aumento h , que se supõe á variável x ; e o limite $3ax^2$ da relação dos aumentos $u' - u$ e h , não depende senão da consideração do primeiro termo $3ax^2 h$ desta diferença. Este primeiro termo não sendo senão huma porção da diferença, nós o chamaremos diferencial, e o designaremos por du , servindonos da letra d como de uma característica; teremos pois no exemplo, de que tratamos $du = 3ax^2 h$ ”. (LACROIX, 1812, p. 4)

A escolha deste primeiro termo ($3ax^2 h$) é explicada no item seguinte em razão de ser a parte mais considerável da diferença [maior grandeza] à medida que h diminui. Neste ponto, Lacroix adiciona nota de rodapé dizendo ser este o princípio de Leibniz na fundação do cálculo, tomando as diferenciais como diferenças infinitamente pequenas.

A respeito deste mesmo item 5. (1ª Parte) encontramos nas notas de aula sobre o Cálculo Diferencial, do então aluno Manuel José de Oliveira (1814, I-47, 6, 6), o seguinte: “5. A diferença e a diferencial são então humã mezma coiza: em expressão, mas não em grandeza, segundo a definição acima” (Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, I-47, 6, 6). Tudo indica ser referente à mesma definição de Lacroix. Deste excerto, tão sintetizado por

esse aluno, pode-se inferir o foco localizado nas partes do quociente diferencial $\frac{u' - u}{h}$,

conforme tratado por Lacroix na página seguinte à definição de diferencial; transparecendo a palavra limite somente na retórica das explicações, sem qualquer simbologia própria, a fim de significar algo para o qual o quociente tendia à medida que o acréscimo ou a quantidade h diminuía, tão pequena quanto se quisesse. No texto de Lacroix (1806) a

expressão $\frac{du}{dx} = 3ax^2$ é obtida em conformidade com a diferencial $du = 3ax^2 dx$, sem

expressar o limite como um elemento matemático (conforme tratou, por exemplo, Cauchy em sua teoria sobre limites em 1823)¹³ ou Bolzano ao tratar sobre os paradoxos do infinito¹⁴. Todavia, por Lacroix (1806), chega-se ao limite pelo seguinte método: divide-se

¹³ Referência a esse respeito, a outros significados infinitesimais e à noção de limite encontram-se em Sad (1999, p. 161-211).

¹⁴ (BOLZANO, 1847, trad. 1993); (BOYER, 1959).

a expressão incrementada por h e depois supõe-se $h=0$, como incremento “evanescente”.

Bastante utilizadas eram as expressões de transformação de várias funções em séries, especificamente as não algébricas, para em seguida encontrar sua diferencial ou integral. Por exemplo, nos parágrafos 21 e 121, (1ª Parte) do livro de Lacroix (1806), pode-se observar a utilização da Série de Taylor (figura 9) como meio de se calcular a diferencial de uma função u de variável x ; onde é denominada por “Theorema de Taylor”.

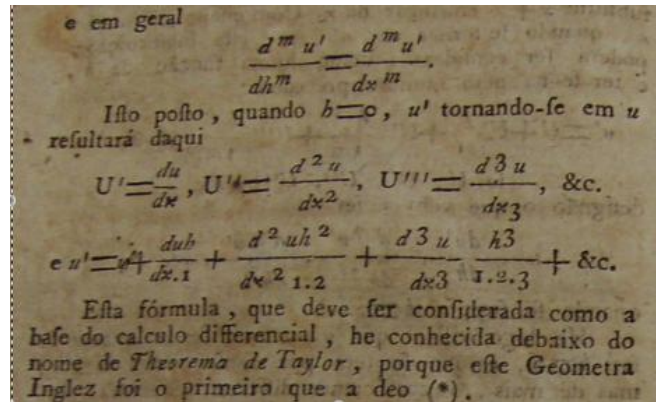


Figura 9: Fragmento da obra de Lacroix, tradução de Alvim (1812, p. 24).

De modo correspondente, o parágrafo 121 também se encontra representado nas anotações do aluno Manoel José de Oliveira (1814)¹⁵ e o seu teor se refere ao mesmo desenvolvimento da diferencial de uma função pela Série de Taylor.

O cálculo integral é tratado por Lacroix (1806, p. 201) como o inverso do cálculo diferencial – um conjunto de procedimentos ordenados de modo a retornar às relações ou funções analíticas. Ele segue basicamente os tópicos do cálculo integral desenvolvidos por Euler e Lagrange (integração de funções: algébricas, racionais e irracionais; integração por séries; integração de funções logarítmicas, exponenciais e trigonométricas; integração por método de aproximações; integração de equações diferenciais; e integração a duas variáveis), porém com adição de uma grande parte dedicada às aplicações para cálculo de áreas (quadraturas), volumes, superfícies e comprimentos de arcos, em convergência aos comentários também de Domingues (2008, p. 34).

Uma integral do tipo $\int \frac{1}{1+x} dx$ encontra-se, no início do século XIX, mais comumente resolvida por sua expansão em séries:

¹⁵ Manuscrito (I-47, 6, 6) da Biblioteca Nacional – Rio de Janeiro.

“ $\int \frac{1}{1+x} dx = 2x \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{8}x^3 + \&c. \text{ à l'infini} \right)$ ”. (FONTAINE, 1770, p. 373). Lacroix (1806, p. 261), por exemplo, trabalhou a série $\frac{1}{x^n + a^n} = \frac{1}{x^n} - \frac{a^n}{x^{2n}} + \frac{a^{2n}}{x^{3n}} - \frac{a^{3n}}{x^{4n}} + etc$ multiplicando-a por x^m e integrando-a para obter $\int \frac{x^m dx}{x^n + a^n}$, discutiu a convergência do resultado e especificou para $m=0$, $n=2$ e $a=1$ em: $\int \frac{dx}{1+x^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + etc + const.$

Expansões de funções em séries também encontram-se nos manuscritos compilados por Manoel José de Oliveira (I – 47, 10, 2). Por exemplo, como parte das explicações do “Tetragonismo aproximado universal de M. Fontaine” (figura 10), com discussão comparativa entre os métodos de Bernoulli e de Fontaine para encontrar a “quadratura” (área) sob uma curva. Ambos utilizam-se de expansões de funções em séries infinitas.

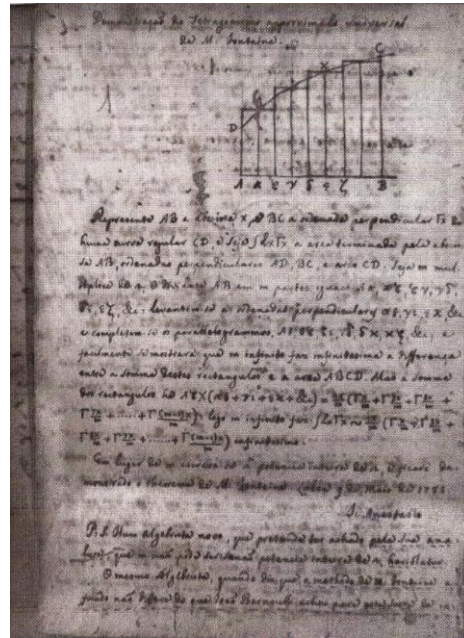
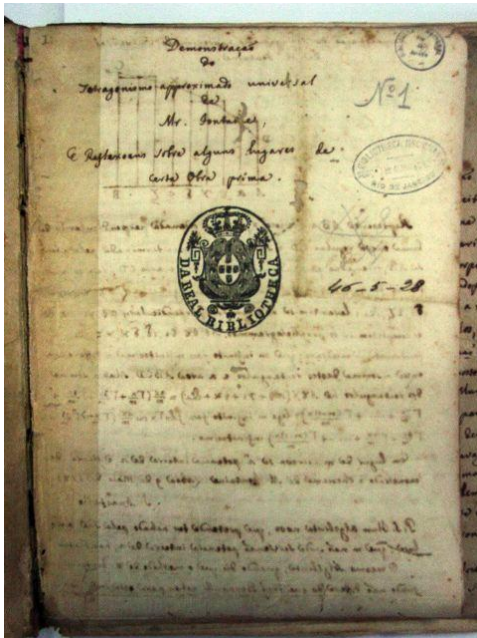


Figura 10: Página [a] das notas de aula de Manoel José de Oliveira em 1814. (I-47, 10, 2)

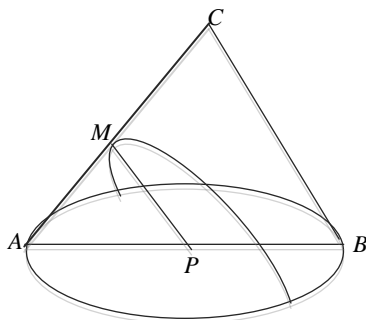
Figura 11: Página [b] das notas de aula de Manoel José de Oliveira em 1814. (I-47, 10, 2)

Na página [b] (figura 11) das notas desse aluno lê-se:

“Representa AB a abscissa x , e BC a ordenada perpendicular Γx de huma curva regular CD e seja $\int dx \Gamma x$ a área terminada pela abscissa de AB , ordenada perpendicular AD , BC e arco CD . Seja m múltiplice e divida-se AB em m partes iguais a Aa , $a\zeta$, ζY , $Y\delta$, $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, &c. Levantem-se as ordenadas perpendiculares $a\theta$, ζi , ϵx , &c., e completam-se os paralelogramos. (...) e facilmente se mostrará que m infinito faz infinitesima a diferença entre a somma destes retangulos e a area $ABCD$. (...)” (Arquivo Nacional do Rio de Janeiro, códice: I – 47, 10, 2).

Após duas páginas, seguintes a esta apresentada (p. [b], figura 11), com alguns cálculos inserindo valores numéricos, conclui escrevendo: “o Tetragonismo eh mais aproximado que a inserção de series, praticada por muitos geometras e particularmente pelos astrônomos em cálculos de perturbações dos corpos celeste, e não dá maior trabalho” (Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, códice: I – 47, 10, 2). Isto porque, na opinião de Oliveira, seguindo o método de Bernoulli, tem-se uma “promessa” de encontrar resposta (área), pois há a questão da série poder divergir. No entanto, precisa-se observar que também a existência do limite do resto de uma série infinita (por exemplo, no caso usado da série de Taylor, a condição do limite do resto necessitar ser zero para garantir a existência do desenvolvimento da função pela série de potências) não era ainda posto como significativo. Do mesmo modo, não era motivo aparente as especulações e teorizações sobre continuidade ou não das funções, quanto da utilização do método aproximado para encontrar a área (como o de Fontaine acima citado).

Em correspondência à parte de aplicação, muito presente na obra de Lacroix adotada, encontramos também nas notas de aula de Antonio Correia P. de Faria (I – 47, 6, 6) aluno do 4º ano (1828)¹⁶ da Academia Militar, variadas aplicações do cálculo, como o problema de maximizar área (figura 12). Nele tem-se a representação em desenho de um cone reto ABC de base perpendicular a sua altura, sendo AB o diâmetro da base, cortado por uma seção paralela à geratriz CB .



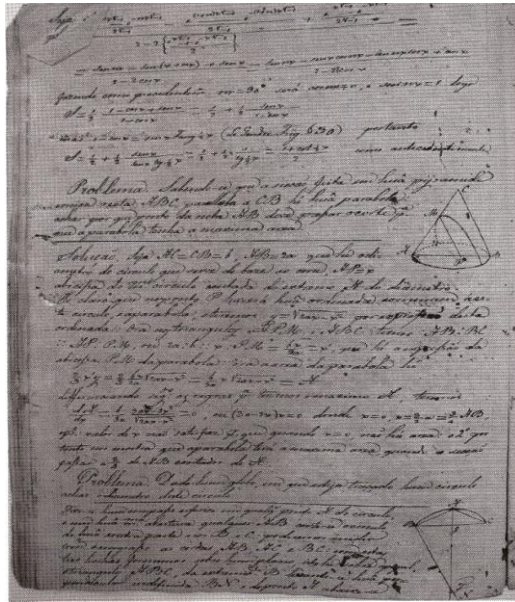
¹⁶ Segundo relação de alunos do 4º ano da Academia Militar (1828), escrito e assinado pelo lente da cadeira – Manoel José de Oliveira. (Arquivo Nacional do Rio de Janeiro, IG³ 4).

O problema pede onde deve passar o corte sobre AB de modo que a área da seção seja máxima. Apresenta-se a solução:

Seja $AC = CB = b$, e $AB = 2a$ que é o diâmetro do círculo que serve de base do cone, $AP = x$ abscissa do grande círculo cortada do extremo A do diâmetro. É claro que no ponto P haverá uma ordenada comum a este círculo e à parábola, e temos $y = \sqrt{2ax - x^2}$ por expressão desta ordenada. Ora nos triângulos APM e ABC temos $AB : BC :: AP : PM$, ou $2a : b : x : PM = \frac{bx}{2a} = x'$, que é a expressão da abscissa PM da parábola; ora a área da Parábola é $\frac{2}{3}x'y = \frac{2}{3}\frac{bx}{2a}\sqrt{2ax - x^2} = \frac{bx}{3a}\sqrt{2ax - x^2} = A$. Diferenciando segundo as regras para termos máximo de A, teremos $\frac{dA}{dx} = \frac{b}{3a} \frac{3ax - 2x^2}{\sqrt{2ax - x^2}} = 0$, ou $(3a - 2x)x = 0$ donde $x = 0$, $x = (3/2)a = (3/4)AB$. Mas o valor de x não satisfaz quando $x = 0$, não há área; o 2º portanto nos mostra que a Parábola terá a máxima área quando a seção passar a 3/4 de AB contados de A.

(Transcrição a partir da página [b], figura

12).



“Problema .

Sabendo-se que a secção feita de uma pyramide conica recta ABC paralela a CB hé uma parábola: achar por que ponto da recta AB deve passar o corte para que a parábola tenha a máxima área.”

Figura 12: notas de aula de Antonio Correia P. de Faria (Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, I – 47, 6, 6).

Este é um problema típico do cálculo diferencial e integral até os dias de hoje e, resguardada a lacuna de discussão sobre o sinal da derivada segunda, o que se observa na solução é uma sequência de passos matematicamente adequados e coerentes com a parte teórica desenvolvida por autores como Lacroix e Lagrange.

Entre outros exemplos de aplicação do cálculo destaca-se ainda nos escritos discentes da Academia Militar o relacionamento com diversas disciplinas. Por exemplo, na astronomia, em problemas sobre posicionamentos dos astros e suas trajetórias (I – 47, 10, 2); física, especialmente na ótica (I – 47, 12, 1); geodésica (I - 47, 10, 11); reflexões sobre a tática e artilharia (I – 48, 25,26).¹⁷ Onde encontra-se o uso de diferenciações de várias ordens e integrações de funções racionais e trigonométricas, bem como o uso da Série de Taylor, e referências a Lacroix, Euler e Legendre.

Considerações finais

Desde a criação em 1810 da Academia Militar do Rio de Janeiro, e durante as primeiras décadas de seu funcionamento, o interesse maior foi por uma formação militar

¹⁷ Todos esses citados documentos, sobre astronomia, ótica, geodésica, tática e artilharia, fazem parte do acervo da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro.

especial, no sentido da educação para as ciências exatas dirigidas a engenheiros e matemáticos. Nela o ensino de cálculo diferencial e integral teve lugar de destaque, inserido no contexto geral de uma educação estabelecida em moldes disciplinares rígidos, exigente em termos matemáticos, baseada na reprodução de modelos básicos – em matemática, predominantemente, franceses. Esse ensino ficava sob os ditames e preleções dos lentes, exigindo “boa anotação” dos alunos em aula, para fixação dos métodos e conhecimentos. Adiciona-se a isso outras dificuldades culturais e sociais de um estado colonial com bastante precariedades, uma comunidade educacional com poucos homens bem preparados cientificamente, baixa remuneração dos lentes, precariedade de material didático e bibliográfico. Além disso, existiam as muitas atividades militares prioritárias que exigiam deslocamentos constantes. Conjuntamente, portanto, se tem argumentos poderosos para exaltar e congratular os que conseguiram uma boa formação, apesar dos obstáculos.

Entre as várias indicações de livros encontrados para o ensino de cálculo nessa primeira metade de atuação da Academia Militar, foram marcantes principalmente os de Lacroix e Legendre. Sendo que, de autoria do primeiro, pode-se considerar como “livro didático adotado” a obra “*Traité Élémentaire de Calcul* (1806) ao lado da tradução feita para o português, pelo militar e lente Francisco Cordeiro da Silva Torres de Souza Melo e Alvim¹⁸ em 1812. Procedeu-se a busca e a análise desses e de outros dados em documentos originais, principalmente no Rio de Janeiro, nos acervos da Biblioteca Nacional, Arquivo Nacional e Biblioteca de Obras Raras (BOR) da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Entre eles examinou-se os achados especiais de algumas notas de aula de alunos da Academia Militar. A intenção maior com esse olhar localizado foi de analisar o lado do receptor (aluno ou professor) das informações divulgadas por indicadas obras, articulando com a existência de maiores informações dos autores destas renomadas obras.

Dos manuscritos do lente Manuel José de Oliveira (1814) e de alguns de seus alunos¹⁹ extraiu-se observações e exemplos que corroboraram para as respostas às indagações a respeito dos rastros do ensino de cálculo na Academia Militar. Essas representações que tiveram diferentes gerações, tornaram-se memórias históricas na cultura da formação militar. Segundo Burke (2005, p. 90), “as memórias de um grupo podem ser dominantes, e as de outros, subordinadas”, mas são portadoras de significados de atividades da prática cultural.

Assim, dos exames das obras, fragmentos e exemplos retirados dos manuscritos, sustenta-se afirmações sobre os aspectos centrais no desenvolvimento histórico de tópicos básicos do cálculo de Lacroix. Entre essas está o método fundamentado ainda em quocientes de razões entre diferenciais, que por sua vez eram transladadas em termos de séries infinitas ou de somas finitas, sem a passagem explícita ao limite, utilizando-se das diferenças infinitesimais (a exemplo de Newton) para conclusões e resultados.

Das anotações dos alunos da Academia Militar, destaca-se uma compilação didática no ensino dos objetos do cálculo, partindo de noções e definições básicas simples para as complexas, seguindo, de maneira simplificada e correspondente, as mais evidenciadas. Nas partes referentes ao cálculo, citam os autores: Lacroix, Legendre,

¹⁸ A respeito deste militar, ver nota 12 neste texto.

¹⁹ Ver nota 10 neste texto.

Fontaine, Euler, Newton e Bernoulli. Porém, com marcada presença de aplicações em problemas matemáticos e de outras ciências. Esta presença e contribuição do cálculo diferencial e integral se fazem em moldes de abordagem diferenciada, se comparado pouco depois às novas implementações de Cauchy e Weierstrass nas conceituações de convergência, continuidade uniforme, e completude, entre outras; intensificando o rigor analítico²⁰ para o cálculo e consolidando a área de análise matemática.

Hoje, dois séculos depois, o ensino de cálculo diferencial e integral nos cursos superiores por vezes ainda se aproxima dessas representações examinadas no século XIX, ao se traduzir em um ensino e aprendizagem bastante calcados em algoritmos, deixando, por exemplo, que as passagens argumentativas sobre continuidade e limites sejam meros “enfeites”, esquecidos perante os resultados das aplicações que se deseja alcançar com os cálculos. Com que objetivos? Com que interesses? Mudanças fazem parte, as tecnológicas abrem inúmeras possibilidades, aos poucos se traçará outras representações, que são dinâmicas dentro do jogo das forças da educação, e nelas as memórias históricas vão sendo delineadas.

Referências

- BOLETIM DA SBC – Sociedade Brasileira de Cartografia. Rio de Janeiro: SBC, n.50 e 52, março de 2004.
- BOLZANO, B. *Les paradoxes de l'infini*. Tradução de Hourya Sinaceur, a partir da correspondente obra de Bolzano de 1847. Paris: Seuil, 1993.
- BOYER, Carl Benjamin. *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. Nova Iorque: Dover Publications, 1959.
- BURKE, P. *O que é história cultural?* Tradução de Sergio Goes de Paula. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2005.
- CHARTIER, R. *A história ou a leitura do tempo*. Tradução de Cristina Antunes do original de 1945. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- CAUCHY, A. L. *Resume des leçons sur Le Calcul Infinitesimal*. Paris: De L’Imprimerie Royale, 1823.
- DHOMBRES, J. French mathematical textbooks from Bézout to Cauchy . In. **Historia Scientiarum**, n. 28, 1985. p. 91-138.
- DOMINGUES, J. C. *Lacroix and the Calculus*. Historical Studies, v. 35. Berlin: Birkhäuser Verlag, 2008.
- FONTAINE, M. *Traité de Calcul Differentiel ET Integral*. Paris: Imprimerie Royale, 1770.
- GRATTAN-GUINNESS, I. (Org.). *Landmark writings in western mathematics 1640-1940*. Amsterdam: Elsevier B. V., 2005.
- LACROIX, F. *Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*. 2 ed. 3vols. Paris: Courcier, 1810.

²⁰ Rigor analítico no sentido não somente de bases conceituais mais claras, em termos de provas e teoremas fundamentais (como temos a partir de Cauchy e Weierstrass, ainda no século XIX), mas de contribuição na constituição de novos conceitos e definições, como para os topológicos.

- LACROIX, F. *Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*. 2 ed. 3vols. Paris: Courcier, 1819.
- LACROIX, F. *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral*. 2 ed. Paris: Courcier, 1806.
- LACROIX, F. *Tratado Elementar de Calculo Diferencial e Calculo Integral*. Tradução de Francisco Cordeiro da Silva Torres. 2 v. Rio de Janeiro: Imprensa Regia, 1812.
- MATHOS JÚNIOR, L. M., *Catálogo da Biblioteca da Escola Polytechnica do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro: Jornal do Comercio, 1925.
- MOTTA, J. *Formação oficial do exército*. Rio de Janeiro: Biblioteca do Exército, 2001.
- OLIVEIRA, J. C. D. *João VI. Adorador do Deus das Ciências?* Rio de Janeiro: E-Papers, 2005.
- SAD, L. A. *Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos*, 1999. 371 p. Tese de doutorado em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista.
- SARAIVA, L. The beginnings of the Royal Militar Academy of Rio de Janeiro. *Revista Brasileira de História da Matemática*. V. 7, n. 13. Rio Claro: SBHMat, 2007, p. 19-41.
- SCHUBRING, G. On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbooks author. *For the Learning of Mathematics*, v.7, n. 3. Quebec: FLM, 1987.
- SOUZA, A. B. *O Exército na consolidação do Império: um estudo histórico sobre a política militar conservadora*. Rio de Janeiro: Arquivo Nacional, 1999.
- SILVA, C. P. *A Matemática no Brasil: uma história do seu desenvolvimento*. 3 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2003.
- SILVA, C. M. S. O livro Didático mais popular de Leonhard Euler e sua repercussão no Brasil. *Revista Brasileira de História da Matemática*. V. 9, n. 17. Rio Claro: SBHMat, 2009, p. 33-54.
- SILVA, C. M. S. O conceito de derivada no ensino da Matemática no Brasil do século XIX. *Anais do ICME-8*, 24-30 de julho 1996, Braga – Portugal, v. II, p. 80-87.

Ligia Arantes Sad

Programa de Pós-Graduação em Educação -
UFES

E-mail: sadli@terra.com.br