Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 9 nº 17 (abril/2009 -setembro/2009) – pág. 33-52
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

O LIVRO DIDÁTICO MAIS POPULAR DE LEONHARD EULER E SUA REPERCUSSÃO NO BRASIL[*]

Circe Mary Silva da Silva[1]
UFES – Brasil

(aceito para publicação em junho de 2008)

Resumo

Este artigo enfoca o livro de álgebra de Leonhard Euler, que foi, entre suas publicações, aquela que alcançou o maior número de edições em língua alemã e uma quantidade significativa de traduções para várias línguas. A primeira edição, intitulada *Vollständige Anleitung zur Algebra* (Introdução Completa à Álgebra), de 1770, em língua alemã, foi iniciativa da Academia de Ciências de São Petersburgo. Este trabalho aborda a tradução realizada para o português e publicada em 1809 no Brasil. Esse foi um dos primeiros livros didáticos publicados após o surgimento da imprensa no Brasil e foi adotado para o ensino de álgebra na Academia Real Militar do Rio de Janeiro.

Palavras-chave: Euler, álgebra, história da matemática.

Abstract

This paper focuses the book of algebra by Leonhard Euler, that was among his works the one that gained the largest number of editions in the German-speaking areas and a remarkable number of translations into different languages. The book entitled *Vollständige Anleitung zur Algebra* (Complete introduction to algebra) was firstly published in 1770, in German, and was an initiative of the Saint Petersburg Academy of Sciences. This paper approaches the Portuguese translation published in Brazil in 1809. It was one of the first textbooks to appear after the press appeared in Brazil and it was used for the teaching of algebra in the Royal Military Academy in Rio de Janeiro.

Key words: Euler, algebra, history of mathematics.

Introdução

Neste texto, apresentamos a longa busca em torno da tradução para o português do livro *Elementos de Álgebra* (Figura 1), de Leonhard Euler (Figura 2), sua

[*] Uma primeira versão deste trabalho foi apresentada no Encontro Brasileiro do Tricentenário de Leonhard Euler (1707–1783), promovido pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), Escola de Artes, Ciências e Humanidades (EACH) e Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo, com o apoio científico da International Comission on the History of Mathematics (ICHM), realizado em São Paulo, em 5 de dezembro de 2007.
[1] Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo.

repercussão no Brasil, no início do século XIX, bem como uma breve análise de conceitos fundamentais, como números complexos e infinito, apresentados nessa obra.


Vollständige
Anleitung
zur
Algebra
von
Hrn. Leonhard Euler.
Erster Theil.
Von den verschiedenen Rechnungs-Arten, Verhältnißen und Proportionen.
St. Petersburg.
gedruckt bey der Kays. Acad. der Wissenschaften 1770.

Figura 1. A *Álgebra* de L. Euler.

Figura 2. Leonhard Euler (1707-1783).

Com uma *Opera Omnia* prevista de mais de 80 volumes, Leonhard Euler (1707-1783) foi, sem dúvida, o matemático mais produtivo do século XVIII, e não sabemos se alguém o superou. O historiador Clifford Truesdell afirma que 25% de toda a publicação matemática do século XVIII é devida a Euler. O talentoso matemático suíço nasceu numa época considerada o século do Iluminismo. Foi politicamente influenciado pelas teorias de John Locke e Thomas Hobbes, entre outros, os quais trouxeram novas idéias, como democracia. Na economia, as novas idéias de Adam Smith foram importantes para a conceitualização do capitalismo, e a ciência alcançou um novo destaque nos discursos públicos. Esse foi um século de fundação ou consolidação de academias de ciências – Academia de Paris, Academia de Berlim, Academia de São Petersbugo, entre outras – e de periódicos, como a *Acta Eruditorum*, dedicada à divulgação das pesquisas científicas. Euler surgiu nesse cenário como representante legítimo e destacado no mundo acadêmico e científico.

Euler investigou e publicou em várias áreas de conhecimento. Fellmann (2007, p. 135), um de seus biógrafos, categorizou essa produção e propôs as tabelas 1 e 2 a seguir, que mostram a relação de produção por período de trabalho produzido e o percentual nas áreas:

Áreas	**%**
álgebra, teoria dos números, análise	40
mecânica e o resto da física	28
geometria, incluindo trigonometria	18
astronomia	11
ciência naval, arquitetura, balística	2
filosofia, teoria da música etc	1

Tabela1. Produção por área de conhecimento.

Anos	**Trabalhos**	**%**
1725-1734	35	4
1735-1744	50	10
1745-1754	150	19
1755-1764	110	14
1765-1774	145	18
1775-1783	270	34

Tabela 2. Produção por anos.

Álgebra e análise foram as áreas em que ele mais investiu. Uma de suas obras mais conhecidas é o livro publicado em 1748 com o título *Introductio in analysin infinitorum* (Introdução à Análise dos Infinitos). Em sua autobiografia, Euler afirmou ter recebido de Jacob Bernoulli os primeiros princípios de matemática e, mais tarde, teria tido aulas particulares com Johann Bernoulli aos sábados. O fato de ter tido os ensinamentos desses grandes matemáticos em sua juventude não é suficiente para explicar tal produção.[2] A capacidade intelectual, a boa formação inicial, a dedicação e a criatividade, aliadas, fizeram desse matemático uma figura singular na história da matemática. Sem cair em extremos laudatórios, não se pode colocar em dúvida que escrever sobre qualquer parte da produção de Euler é um grande desafio.

Pretendemos enfocar, neste artigo, o livro de álgebra, que foi, entre as suas publicações, a que alcançou o maior número de edições em língua alemã e uma quantidade significativa de traduções para várias línguas. Não menos importante é trazermos a público a tradução em língua portuguesa, realizada por um brasileiro e publicada em 1811, na Impressão Régia no Rio de Janeiro.

Segundo Fellmann (2007), as impressões entre 1883 e 1942 alcançaram 108 mil cópias, colocando-o como um dos livros matemáticos mais vendidos de todos os tempos. Em 2006, a editora Tarquin[3] publicou uma versão fac-símile da edição de 1822.

O livro *Vollständige Anleitung zur Algebra* (Introdução Completa à Álgebra)

Em 1770, foi publicada, em língua alemã, pela Academia de Ciências de São Petersburgo, a primeira parte do livro intitulado *Vollständige Anleitung zur Algebra*. Um ano depois, publicou-se a segunda parte da mesma obra. Antes dessa data, houve uma versão em língua russa, que apareceu entre 1768 e 1769 e teve três edições.

[2] Já estão disponíveis, para consulta on-line, vários trabalhos de Euler, no *The Euler Archive*: http://math.dartmouth.edu/~euler/.

[3] *Elements of Algebra*, editor Chris Sangwin. Tarquin Books, 2006.

A versão para o francês, em 1774, foi feita por Johann Bernoulli com acréscimos de Lagrange. A tradução para o inglês foi de Francis Horner, em 1797. Seguiram-se edições em outras línguas, como holandês e latim; em 1809, uma tradução para o português.

A obra começou a ser referida com um título mais curto, *Álgebra,* e, por suas características didáticas, passou a ser muito utilizada no ensino. Fellmann (2007) nos diz que ela foi considerada a melhor introdução ao domínio da álgebra para os iniciantes. Esse caráter didático da obra, dando aos iniciantes os passos graduais – partindo dos números naturais e passando pelos princípios algébricos e práticas da teoria das equações para assuntos mais específicos, como análise indeterminada ou equações diofantinas, torna o texto o mais abrangente possível. Essa é primeira obra no gênero que traz uma teoria completa das equações diofantinas (Pasquier 1927).

O quadro 1 mostra o plano da obra.

Parte I Análise de quantidades determinadas	**Parte II** Análise de quantidades indeterminadas
Seção I: Diferentes métodos de cálculo com quantidades simples: inteiros, frações, números quadrados, raiz quadrada, números irracionais, números imaginários, potências, logaritmos. Seção II: diferentes métodos de cálculo com quantidades compostas Seção III: raízes e proporções Seção IV: Equações algébricas e resolução	Resolução de equações do primeiro grau. Regra “Regula coesi”. Diferentes métodos de resolução de equações de grau superior ao primeiro.

Quadro 1. Conteúdos da obra *Introdução Completa à Álgebra.*

Para Euler (1809), a **aritmética** tratava dos números em particular – a **ciência dos números** propriamente dita –, enquanto a **álgebra**, ao contrário, **compreenderia em geral todos os casos** que possam existir nessa doutrina e nos cálculos com os números. Podemos afirmar que, para ele, a álgebra generalizava as questões envolvendo os números, ou era uma generalização da aritmética.

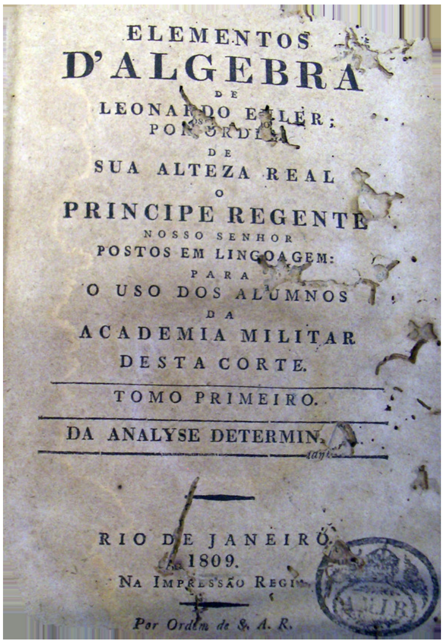
Ao introduzir as equações algébricas e suas resoluções, ele retoma as discussões sobre o que é álgebra, dizendo:

> [...] o principal objeto da álgebra, bem como de todos os outros ramos da matemática, é determinar o valor das quantidades desconhecidas, e isto é obtido considerando atentamente as condições dadas, que são sempre expressas por números conhecidos, por essa razão ela pode ser definida como “a ciência que ensina como determinar quantidades desconhecidas por meio daquelas que são conhecidas” (Euler 1840, p. 186).

Como essa obra ficou conhecida no Brasil? Quem fez a tradução para o português? Essas questões serão discutidas a seguir.

A tradução para o português

Como afirma Ginzburg (2007), grande parte de uma investigação é a procura dos rastros daquilo que podemos chamar de pistas que nos permitam ir pouco a pouco cercando o nosso objeto, puxando a ponta do fio para desvendar o novelo. Inicialmente o fio do novelo pode ser de difícil acesso, mas precisamos dele para o trabalho. Assim, também no ofício do historiador, é preciso encontrar aquele fio que nos permite desenrolar, "desvendar" os documentos para fazer emergir aquilo que inicialmente estava oculto. O caminho que percorremos foi um pouco assim: tínhamos a informação de que a tradução existia. Procuramos por ela durante vários anos em sebos, acervos de bibliotecas universitárias e também na Biblioteca Nacional. A descoberta do exemplar datado de 1809, na Biblioteca de Obras Raras da UFRJ, em 2006, foi uma agradável surpresa pois começávamos a duvidar de sua existência. Ao manusearmos o livro, em precário estado de conservação, tivemos a confirmação definitiva de que a obra, de fato, foi traduzida e impressa no Brasil. Foi publicada na Impressão Régia, por ordem do príncipe regente D. João VI.



ELEMENTOS
D'ALGEBRA
DE
LEONARDO EULER;
POR ORDEM
DE
SUA ALTEZA REAL
O
PRINCIPE REGENTE
NOSSO SENHOR
POSTOS EM LINGOAGEM:
PARA
O USO DOS ALUMNOS
DA
ACADEMIA MILITAR
DESTA CORTE.
TOMO PRIMEIRO.
DA ANALYSE DETERMIN.
RIO DE JANEIRO.
1809.
NA IMPRESSÃO REGIA.
Por Ordem de S. A. R.

Figura 3. *Álgebra* de Euler em português.

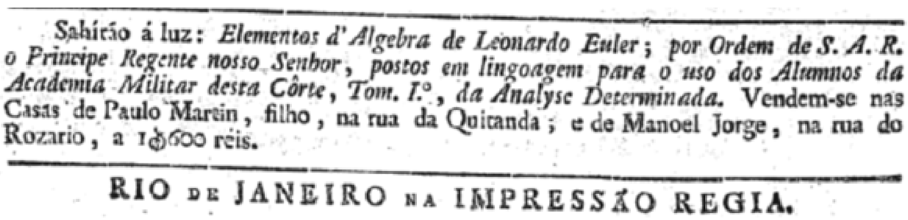
ELEMENTOS
D' ÁLGEBRA
DE
LEONARDO EULER;
POR ORDEM
DE
SUA ALTEZA REAL
O
PRÍNCIPE REGENTE
NOSSO SENHOR.
POSTOS EM LINGUAGEM
PARA
OS ALUNOS
DA
ACADEMIA MILITAR
DESTA CORTE.
TOMO PRIMEIRO.
DA ANÁLISE DETERMINADA.
______
RIO DE JANEIRO

1809
NA IMPRESSÃO RÉGIA

POR ORDEM DE S. A. R.

Figura 4.Transcrição da folha de rosto da edição em português da *Álgebra* de Euler.

Na capa aparecem o local e ano da publicação (Impressão Régia - 1809), mas não consta o autor da tradução. Observando a folha de rosto da obra (Figuras 3 e 4), nota-se a preocupação de mostrar a que público a obra se destinava – "os alunos da Academia Militar". Será que ela foi realmente utilizada na Academia Militar? Por quanto tempo? Quem foi esse tradutor? Isso nos levou à procura de pistas em outros documentos. Existiu um segundo tomo? A hipótese mais forte que aparece em alguns autores é a de que a obra tenha sido traduzida por Manuel Ferreira de Araújo Guimarães. Wilson Martins, em sua vasta obra *História da Inteligência Brasileira* (1977-78), dedica alguns parágrafos à análise da contribuição literária de Manuel Ferreira de Araújo Guimarães. Ele não explicita a fonte que usou para afirmar que a tradução do livro *Elementos de Álgebra*, de Euler, tenha sido realmente realizada por esse autor. Telles, em seu livro *História da Engenharia no Brasil* (1984), atribui também a Manuel Ferreira de Araújo Guimarães a autoria da tradução. Na obra *Bibliografia da Impressão Régia do Rio de Janeiro,* de Ana Maria de Almeida Camargo e Rubens Borba de Moraes (1993), que resgatam o acervo produzido por essa editora de 1808 a 1822, encontramos a informação de que essa obra teria sido publicada em data posterior. Nada afirma sobre o autor da tradução. Assim essa busca continuou. Prosseguimos consultando o jornal *Gazeta* do Rio de Janeiro, que começou a ser publicado em 10 de setembro de 1808. Era uma publicação periódica que aparecia nas quartas e sábados e, eventualmente, com edições suplementares nas segundas e quintas. Consultamos todos os exemplares de 1808, 1809 e 1810 sem sucesso. Considerando que o exemplar do livro encontrado na Biblioteca de Obras Raras da UFRJ continha a data de 1809, quase desistimos da tarefa de continuar a procura. Mas, felizmente, insistimos, e lá estava no nº. 33, de 24 de abril de 1811, a pequena nota de aviso que anunciava "[...] saíram à luz: Elementos d'Álgebra de Leonardo Euler", mas nova decepção ocorreu. A nota nada esclarecia sobre a autoria da tradução.


Sahírão á luz: *Elementos d'Algebra de Leonardo Euler*; *por Ordem de S. A. R. o Principe Regente nosso Senhor*, *postos em lingoagem para o uso dos Alumnos da Academia Militar desta Côrte*, *Tom. I.º*, *da Analyse Determinada.* Vendem-se nas Casas de Paulo Martin, filho, na rua da Quitanda; e de Manoel Jorge, na rua do Rozario, a 1$600 réis.

RIO DE JANEIRO NA IMPRESSÃO REGIA.

Figura 5. Jornal *Gazeta*, 24/04/1811.

Assim era o texto:

> Saíram à luz: Elementos de Álgebra de Leonardo Euler, por ordem de S. A. R. o Príncipe Regente nosso Senhor, postos em linguagem para o uso dos alunos da Academia Militar desta Corte, Tomo 1º., da Análise Determinada. Vendem-se nas Casas de Paulo Martin, filho, na Rua da Quitanda, e de Manoel Jorge, na Rua do Rozário, a 1600 réis. Rio de Janeiro na Impressão Régia.[4]

A nota é bastante elucidativa: nome da obra, do autor, destinatários, preço da obra, local e ano da edição, nome da editora, mas nada sobre o seu tradutor. Por quê? Esquecimento? Desconhecimento?

Uma apropriação de conhecimentos via tradução de uma obra, como os *Elementos de Álgebra*, com enorme aceitação nos meios acadêmicos, tanto pela qualidade de exposição quanto pela "notoriedade" de seu autor, adquirida no decorrer

---

[4] Em todas as transcrições, as grafias originais foram modernizadas.

do século XVIII, apresenta, do ponto de vista histórico, uma relevância que não pode ser menosprezada. Conforme a historiografia moderna, tanto o produtor quanto o receptor precisam ser considerados na análise desse processo de transmissão do conhecimento.

Existem muito mais informações sobre o produtor do que sobre o receptor. Dispomos, infelizmente, de poucos elementos para analisar a recepção desse conhecimento no contexto do ensino superior da matemática no Brasil, confinado, nessa época, à Academia Real Militar do Rio de Janeiro.

Na primeira década do século XIX, no Brasil, a impressão de livros estava no seu estágio inicial de desenvolvimento, e as obras que começavam a ser impressas na única editora existente – a Impressão Régia – eram divulgadas num dos raros jornais existentes, a *Gazeta* do Rio de Janeiro, na sessão de avisos, juntamente com notícias sobre recompensas por cavalos encontrados, escravos fugitivos, relógios e outros objetos perdidos, casas à venda, assim como oferta de professores para aulas em diferentes áreas. Assim, a notícia sobre a edição de um livro ou outro assunto acadêmico não apresenta um destaque, aparecendo junto com as demais notícias.

O papel do conhecimento científico especializado, como aquele sistematizado no livro de álgebra de Euler, nesse contexto, não poderia ser muito relevante. Ele estava limitado a um grupo muito restrito de pessoas: docentes e alunos da Academia Militar do Rio de Janeiro. Nesse "território", havia espaço para ensino e aprendizagem de um saber já institucionalizado nos "centros" de produção. Como ocorreu o acesso a esse conhecimento? Como a obra de Euler compete com a de outro autor – Lacroix – que já estava, na época, assumindo na França a liderança entre os livros didáticos? É preciso levar em consideração que, na própria Academia Militar do Rio de Janeiro, os livros traduzidos de Lacroix ocupavam, nos anos iniciais de funcionamento do curso matemático, mais e mais espaços.

A Carta Régia de criação da Academia Real Militar especificava detalhadamente, no seu Título II, os programas e livros que seriam adotados nas diversas cadeiras.

> O lente do primeiro ano ensinará aritmética e álgebra (equação do terceiro e quarto grau), geometria, trigonometria retilínea, dando também as primeiras noções esféricas. Os alunos deste ano, além da lição de matemática, terão outra de desenho. O lente do segundo ano, repetindo e ampliando as noções de cálculo dadas no primeiro, continuará depois, explicando os métodos para a resolução de equações, dando-lhes toda a extensão que atualmente têm [...] O lente deverá formar o seu compêndio debaixo dos princípios da álgebra, cálculo diferencial e integral de Lacroix [...] (Silva 1994, p. 33).

Não há nada referente à obra de álgebra de Euler, mas, claramente, há uma referência a Lacroix. Antes da publicação da tradução de Euler, foram editados, em 1810, pela Impressão Régia, os livros de aritmética de Lacroix, e de geometria e trigonometria de Legendre.

A tradução da aritmética de Lacroix foi publicada em 1810, conforme divulgado no jornal a *Gazeta* do Rio de Janeiro, em 5 de setembro de 1810:

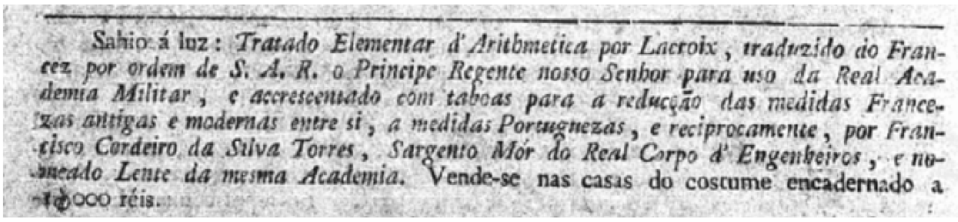
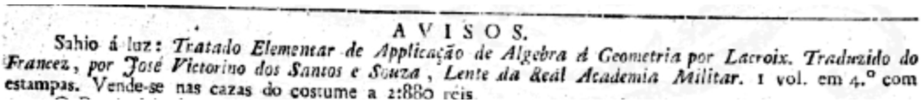

Sahio á luz: *Tratado Elementar d'Aritbmetica por Lacroix, traduzido do Francez por ordem de S. A. R. o Principe Regente nosso Senhor para uso da Real Academia Militar, e accrescentado com taboas para a reducção das medidas Francezas antigas e modernas entre si, a medidas Portuguezas, e reciprocamente, por Francisco Cordeiro da Silva Torres, Sargento Mór do Real Corpo d'Engenheiros, e nomeado Lente da mesma Academia.* Vende-se nas casas do costume encadernado a 1$000 réis.

Figura 6. Jornal *Gazeta*, 05/09/1810.

Assim era o texto:

> Saiu à luz: Tratado Elementar de Aritmética por Lacroix, traduzido do francês por ordem de S. A. R. o Príncipe Regente nosso Senhor para uso da Real Academia Militar, e acrescentado com tábuas para a redução das medidas francesas antigas e modernas entre si, a medidas portuguesas e reciprocamente, por Francisco Cordeiro da Silva Torres, sargento Mor do Real Corpo de Engenheiros e nomeado Lente da mesma Academia. Vende-se nas casas do costume encadernado a 1000 réis.

Os livros de geometria e trigonometria de Legendre, traduzidos por Manuel Ferreira de Araújo Guimarães, foram publicados no ano anterior, em 1809, e divulgados na *Gazeta* do Rio de Janeiro, enquanto a tradução da *Álgebra* de Lacroix, foi publicada em 1812, conforme anúncio na *Gazeta* de 29 de fevereiro, número 18.

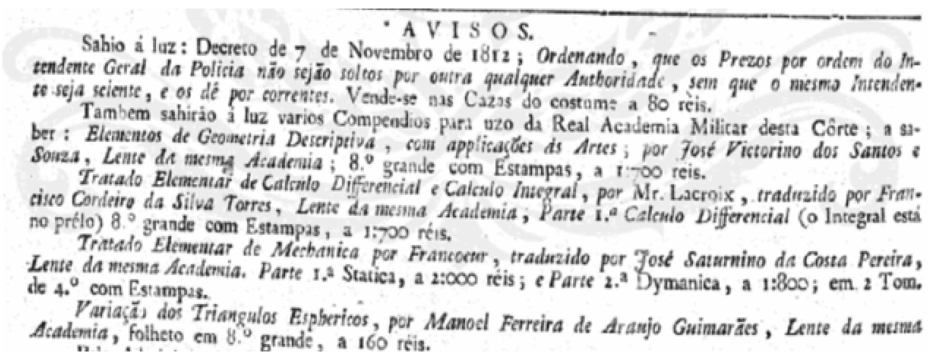

A V I S O S.

Sahio á luz: *Tratado Elementar de Applicação de Algebra á Geometria por Lacroix. Traduzido do Francez, por José Victorino dos Santos e Souza, Lente da Real Academia Militar.* 1 vol. em 4.º com estampas. Vende-se nas cazas do costume a 2:880 reis.

Figura 7. Jornal *Gazeta*, 29/02/1812.

Novamente, a referência de que o livro se destinaria ao uso dos alunos da Academia Militar da corte.

Em 14 de novembro de 1812, entre os anúncios, encontrava-se a referência aos novos livros traduzidos e que deveriam ser adotados na Academia Militar.


A V I S O S.

Sahio á luz: Decreto de 7 de Novembro de 1812; *Ordenando, que os Prezos por ordem do Intendente Geral da Policia não sejão soltos por outra qualquer Authoridade, sem que o mesmo Intendente seja sciente, e os dê por correntes.* Vende-se nas Cazas do costume a 80 rèis.

Tambem sahirão á luz varios Compendios para uzo da Real Academia Militar desta Côrte; a saber: *Elementos de Geometria Descriptiva, com applicações ás Artes; por José Victorino dos Santos e Souza, Lente da mesma Academia*; 8.º grande com Estampas, a 1:700 reis.

Tratado Elementar de Calculo Differencial e Calculo Integral, por Mr. Lacroix, *traduzido por Francisco Cordeiro da Silva Torres, Lente da mesma Academia, Parte 1.ª Calculo Differencial* (o Integral está no prélo) 8.º grande com Estampas, a 1:700 réis.

Tratado Elementar de Mechanica por Francoeur, traduzido por José Saturnino da Costa Pereira, Lente da mesma Academia. Parte 1.ª Statica, a 2:000 réis; *e Parte 2.ª* Dymanica, a 1:800; em 2 Tom. de 4.º com Estampas.

Variação dos Triangulos Esphericos, por Manoel Ferreira de Araujo Guimarães, Lente da mesma Academia, folheto em 8.º grande, a 160 réis.

Figura 8. Jornal *Gazeta*, 14/11/1812.

Assim era o texto:

> Saiu à luz: Decreto de 7 de novembro de 1812, ordenando que os presos por ordem do Intendente Geral da Polícia não sejam soltos por outra qualquer autoridade, sem que o mesmo Intendente seja ciente e os dê por correntes. Vende-se nas casas do costume a 80 réis. Também saíram à luz vários compêndios para uso da Real Academia Militar desta Corte, a saber, Elementos de Geometria Descritiva, com aplicações às Artes, por José Victorino dos Santos e Souza, lente da mesma Academia, 8º grande com estampas, a 1700 réis; Tratado Elementar de Cálculo Diferencial e Cálculo Integral, por Mr. Lacroix, traduzido por Francisco Cordeiro da Silva Torres, lente da mesma Academia, parte 1ª. Cálculo Diferencial (o Integral está no prelo), 8º grande com estampas, a 1700 réis; Tratado Elementar de Mecânica por Francoeur, traduzido por José Saturnino da Costa Pereira, lente da mesma Academia, Parte 1ª. Estática, a 2000 réis, e parte 2ª. Dinâmica a 1800 réis, em dois tomos de 4º com estampas. Variação dos Triângulos Esféricos por Manuel Ferreira de Araújo Guimarães, lente da mesma Academia, folheto em 8º grande, por 160 réis.

Notamos aqui claramente que todas as traduções apresentam autoria, data e preço.

Ainda no mesmo ano, em 21 de novembro, novo anúncio, divulga a segunda edição do livro de física do Abade Haüy, também para ser usado na Academia Militar (Figura 9).

O ano ainda não se encerrara e mais um anúncio de livro, outra obra de Lacroix, é publicado, no jornal *Gazeta*, 28 de novembro de 1812 (Figura 10).

AVISOS.

Sahirão á luz: *Tratado Elementar de Mechanica*, por *Mr. Francœur*, *traduzido por José Saturnino da Costa Pereira*, *Lente da Academia Real Militar*, *para uso dos Alumnos da mesma Academia.* Em 4.º com estampas. Vende-se nas cazas do costume a 1280 réis.

Tratado Elementar de Physica, *pelo Abbade Haüy. Segunda Edição*, *revista*, *e consideravelmente augmentada*, *traduzida em vulgar. Tomo I.* em 8.º grande com estampas, a 2560 réis.

Indagações Physiologicas sobre a Vida, *e a Morte*, *por Xavier Bichat. Segunda Parte. Traduzidas por Joaquim da Rocha Mazarem.* em 8.º grande, a 640 réis.

Figura 9. Jornal *Gazeta*, 21/11/1812

AVISOS.

Sahio á luz: *Tratado Elementar de Applicação de Algebra á Geometria por Lacroix. Traduzido do Francez*, *por José Victorino dos Santos e Souza*, *Lente da Real Academia Militar.* 1 vol. em 4.º com estampas. Vende-se nas cazas do costume a 2:880 réis

Figura 10. Jornal *Gazeta*, 28/11/1812.

Em 1813, foi publicado mais um livro de Lacroix, uma tradução com autor desconhecido, intitulada *Complemento dos Elementos d'Algebra de Lacroix*, postos em linguagem para uso dos alunos da Real Academia Militar.

Segundo Camargo e Moraes (1993), o prefácio contém a informação de que essa obra foi traduzida para suprir a falta do segundo tomo dos *Elementos de Álgebra* de Euler.

A quantidade expressiva de livros de Lacroix traduzidos para o português não deixa dúvidas da importância que esse autor desempenhava no ensino da matemática na Academia Militar.

Mas, novamente, o questionamento: será que efetivamente a *Álgebra* de Euler foi usada nessa instituição? O fio continuava solto, precisávamos de mais indícios para chegar a uma conclusão. O documento manuscrito encontrado no Arquivo Nacional, datado de 27 de julho de 1824, trouxe-nos finalmente, uma resposta a essa indagação. Trata-se de um ofício (Figura 11) de Manoel Ferreira de Araújo Guimarães, docente da Junta da Direção da Academia Militar do Rio de Janeiro, a Francisco Villela Barboza, marquês de Paranaguá, ministro da Marinha, na época. Ele solicitava a substituição da adoção dos livros de Legendre pelos de Lacroix e informava, ainda, que o de Euler já havia sido substituído pelo de Lacroix.

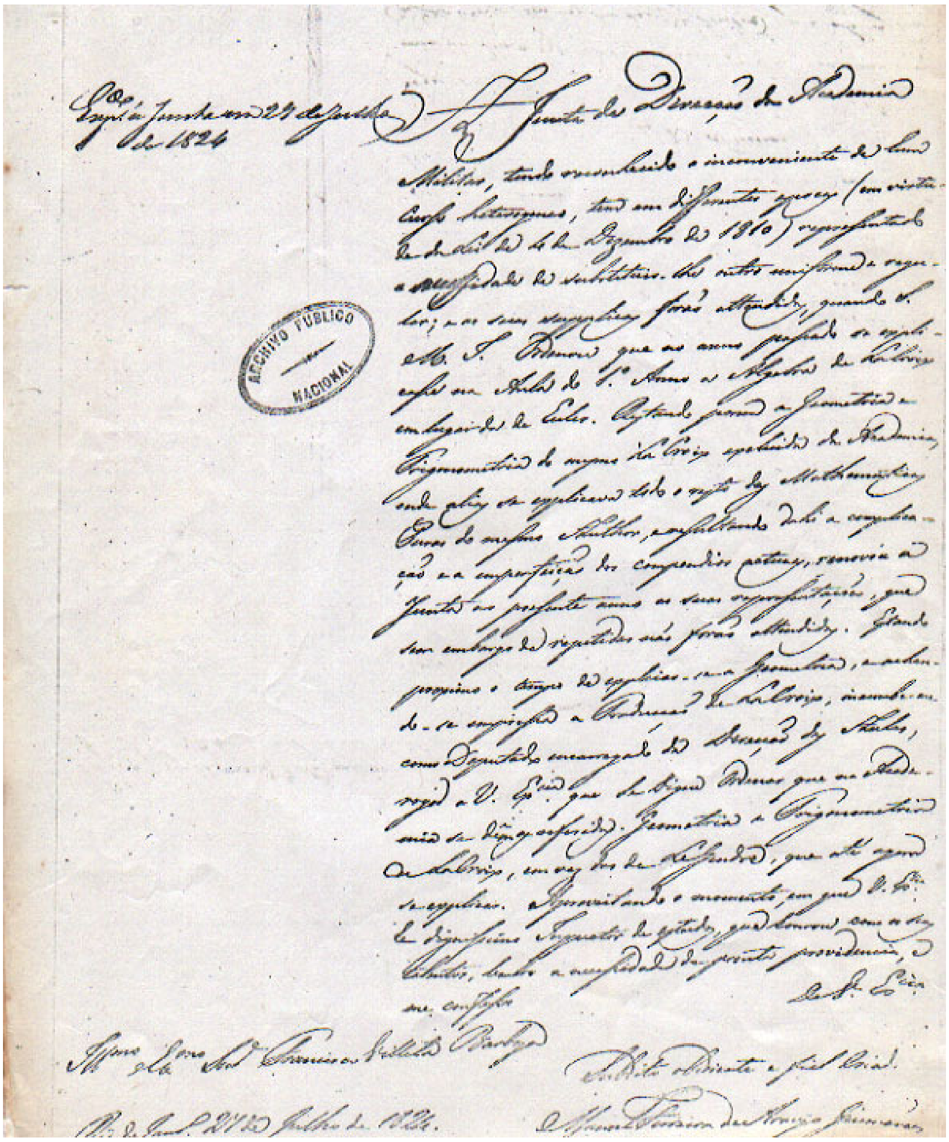


Figura 11. Ofício de Manoel Ferreira de Araújo Guimarães.

Assim ele se expressou:

> A junta da direção da Academia Militar, tendo reconhecido o inconveniente de um curso heterogêneo, tem em diferentes épocas (em virtude da carta de Lei de 4 de dezembro de 1810) representado a necessidade de substituir-lhes (por) outro uniforme e regular, e as suas súplicas foram atendidas quando S. A. I. Ordenou que no ano passado se explicasse na aula do 1^0 ano a Álgebra de Lacroix em lugar da de Euler". (Manuel Ferreira de Araújo Guimarães, 1824, manuscrito Arquivo Nacional).

Comprovamos que, de fato, até 1823, os *Elementos de Álgebra,* de Euler, foram utilizados no ensino da Academia Militar. Não podemos assegurar que, após essa data, eles tenham deixado de ser lidos ou usados, mas o livro de Lacroix assumiu o lugar de livro de referência. Em 1837, José Saturnino da Costa Pereira encaminhou ao ministro e secretário de Estado dos Negócios da Guerra um relatório sobre a situação do ensino na Academia Militar. Especificamente, sobre os livros didáticos utilizados, comentava:

> [...] depois do mais escrupuloso exame a que pude chegar e haver conferido com o diretor da Academia, o coronel Manoel José de Oliveira, a fim de ser melhor ilustrado sobre matérias de fato, como edições de compêndios adotados no ensino, cortes ou adições de matérias, que em cada um dos ramos tenham lugar, inteligência dada à legislação, que rege à escola e mesmo ouvir o parecer daquele professor cujas leis respeito, posso apenas oferecer a V. Excia. as seguintes observações. Regendo-se atualmente a Escola Militar pelos Estatutos, mandados executar pelo Decreto do Governo de 9 de março de 1832, e ainda não aprovados pela Assembléia Geral Legislativa e estes com modificações, umas filhas da absoluta impossibilidade de executar sua disposição e outros por se haver alterado por ordens ulteriores do Governo, adotando-se em parte outra legislação preterida, e dependendo ainda a adoção definitiva de tais ou outros estatutos de disposições legislativas a cujo cargo se acha afeta a matéria, conclui-se que também não se acham definitivamente fixadas as doutrinas que devem formar o curso de estudos da Academia: como pois fazer a escolha dos compêndios próprios para estudos, que se não acham ainda editados? Como decidir se os que constam da relação que os lentes remetem ao Governo, satisfazem as condições se não estão ainda impressos?" (Documento manuscrito, IG^3-5, Arquivo Público Nacional).

A leitura desse histórico documento nos permite realizar algumas inferências: os livros recomendados ou indicados para uso na Academia Militar precisavam da aprovação da Assembléia Legislativa, o que envolvia um processo moroso; havia dificuldades em compatibilizar livros com programas; e ainda alguns livros indicados não estavam disponíveis, por não haver reedições ou mesmo traduções.

O longo relatório indica quais livros eram recomendados para cada série. Vamos nos ater aqui aos comentários sobre os conteúdos e os livros adotados para o primeiro ano do curso matemático, que tratam especificamente da álgebra.

> Dá-se Aritmética, Álgebra até a teoria geral das equações exclusivamente e Geometria pelos compêndios de Lacroix, traduzidos por ordem do Governo, e a Trigonometria de Legendre. Este último livro, sendo escrito por seu autor para ser lido em seguimento aos seus elementos de geometria, tem a estes todas as referências, e mesmo dependem alguns de seus teoremas, de proposições que a Geometria de Lacroix não demonstra. Daqui nasce ser o

> lente obrigado a digressões fora do texto, que além de despenderem tempo e distrairem a atenção dos discípulos para diversos objetos, mui pouco lhes aproveitam por ouvirem pela primeira vez, e que dificilmente podem reter na memória, para refletirem sobre tais raciocínios, estudá-los e fixar suas idéias, não tendo à vista um texto, que lhes possa servir de guia em seu estudo (Documento manuscrito, IG3-5, Arquivo Público Nacional).

Assim, podemos constatar que, em 1837, o livro adotado para o ensino da álgebra era o de Lacroix e não o de Euler. Até o momento, temos fortes evidências de que o tradutor dos *Elementos de Álgebra* tenha sido Manuel Ferreira de Araújo Guimarães, devido às referências de historiadores, como Wilson Martins (1977-1978), Pedro Carlos da Silva Telles (1984) e Ana Maria Alfonso-Goldfarb e Márcia H. M. Ferraz (2002). Além dessas pistas, segundo Luis Saraiva[5], encontra-se no Arquivo da Marinha de Portugal, um manuscrito[6] de Manoel Jacinto Nogueira da Gama, que afirma ser Manoel Ferreira Guimarães o tradutor do primeiro tomo da referida obra. Apresentamos, a seguir, alguns dados biográficos do "tradutor" da obra de Euler.

Manuel Ferreira de Araújo Guimarães

Guimarães nasceu na Bahia e, devido à ausência de cursos superiores no Brasil, transferiu-se para Portugal. Desejava estudar na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, mas, por motivos financeiros, não alcançou esse propósito. Permaneceu em Portugal de 1791 a 1805, tendo estudado na Academia Real da Marinha[7] durante os anos de 1798 a 1801. Sua primeira tradução foi o livro de Lacaille, em 1800 – *O curso elementar e completo de matemáticas puras* (Silva 1996). Em 1802, traduziu o livro de Cousin – *O tratado elementar de análise matemática* (Figura 12).

Na folha de rosto, lê-se que o tradutor era "[...] lente substituto de Matemática na Academia Real dos Guardas Marinhas e sócio da Sociedade Real Marítima[8]". Em 1805, retornou à sua pátria. Nessa ocasião, começam a se revelar seus talentos para a literatura, e ele escreveu *Epitalâmio*, em 1805.

Quatro anos depois, foi nomeado professor da Academia dos Guardas Marinhas e, em 1811, tornou-se um dos primeiros docentes do Curso de Matemática da Academia Real Militar do Rio de Janeiro, permanecendo nesse cargo até 1821. Em 1823, tornou-se membro da junta diretora da mesma academia. Além disso, foi membro da junta diretora da Impressão Régia, primeira editora brasileira. No Brasil,

---

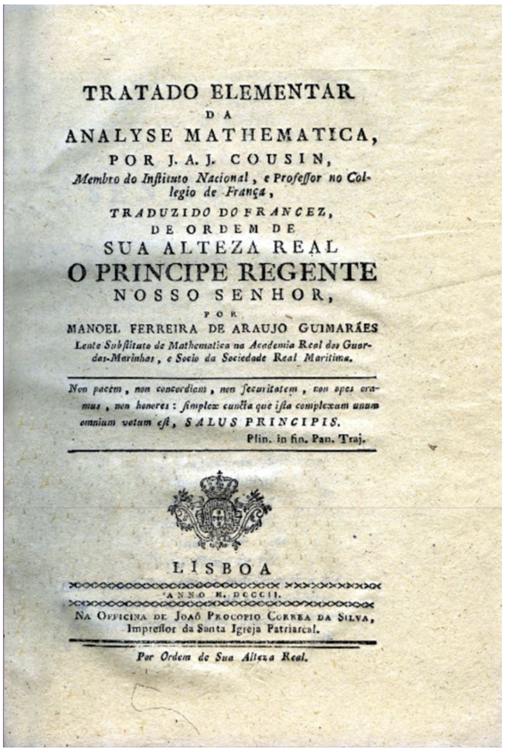
[5] Afirmação oral do pesquisador Luis Saraiva, realizada em palestra sobre esse autor no VIII Seminário Nacional de História da Matemática, Belém, 5-8 de abril de 2009.

[6] O manuscrito não está datado, mas supõe-se pelo contexto que seja do período de 1800 a 1808. Trata-se de uma carta de recomendação para Manuel Ferreira de Araújo Guimarães, candidato a uma vaga na Academia dos Guardas Marinhas.

[7] Em 1779, foi criada, em Lisboa, a Academia Real da Marinha, instituição de ensino teórico que se destinou a preparar os oficiais da Marinha de Guerra, da Marinha Mercante e os Engenheiros do Exército. Em 1782, foi criada a Academia Real dos Guardas Marinhas, instituição que, recebendo os alunos da Academia Real da Marinha por mérito excepcional escolar ou, diretamente, por "mérito" de nobreza, se destinou a formar os oficiais da Marinha Real. Em 1807, devido à invasão francesa, a Academia Real dos Guardas-Marinhas embarcou para o Brasil, juntamente com o rei, a Corte e o Governo de Portugal. Instalada no Rio de Janeiro, ali funcionou de 1808 a 1822.

[8] A "Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica para o Desenho, Gravura e Impressão das Cartas Hidrográficas, Geográficas e Militares" foi criada em 30 de junho de 1798. Era formada por oficiais da Marinha e do Exército, por professores das três academias militares, da Marinha, dos Guardas Marinhas e da Fortificação, assim como quatro professores da Universidade de Coimbra.

ele traduziu e publicou os seguintes livros: *Elementos de Geometria*, de Legendre, em 1809 (com reedições em 1812 e 1815); *Tratado de Trigonometria* de Legendre, em 1809; *Álgebra para a Geometria* de Lacroix, em 1821. Suspeitamos que tenha sido também o tradutor de *Elementos de Álgebra* de Euler, com data de 1809 na capa, mas efetivamente publicado em 1811.


TRATADO ELEMENTAR
DA
ANALYSE MATHEMATICA,
POR J. A. J. COUSIN,
Membro do Instituto Nacional, e Professor no Collegio de França,
TRADUZIDO DO FRANCEZ,
DE ORDEM DE
SUA ALTEZA REAL
O PRINCIPE REGENTE
NOSSO SENHOR,
POR
MANOEL FERREIRA DE ARAUJO GUIMARÃES
Lente Substituto de Mathematica na Academia Real dos Guardas-Marinhas, e Socio da Sociedade Real Maritima.

Non pacem, non concordiam, non securitatem, non opes oramus, non honores: simplex cuncta que ista complexum unum omnium votum est, SALUS PRINCIPIS.
Plin. in fin. Pan. Traj.

LISBOA
ANNO M. DCCCII.
NA OFFICINA DE JOAÕ PROCOPIO CORREA DA SILVA,
Impressor da Santa Igreja Patriarcal.

Por Ordem de Sua Alteza Real.

Figura 12. O *Tratado* de Cousin

O folheto denominado *Variação dos triângulos esféricos* (1812), de autoria de Manoel Ferreira de Araújo Guimarães, destinado ao uso dos alunos da Academia Militar do Rio de Janeiro, impresso na Impressão Régia, com 12 páginas, é, na opinião de Francisco Oliveira de Castro, um dos mais antigos e interessantes artigos surgidos antes da independência (Silva 1996, p. 55).

Ligada diretamente ao nome de Manoel Ferreira de Araújo Guimarães está uma das manifestações espirituais mais interessantes do sentimento público brasileiro que antecedeu a independência: em 1813, no Rio de Janeiro, surgiu o periódico *O Patriota*, jornal literário, político, mercantil etc., editado por Guimarães na Impressão Régia. Segundo seu editor, o jornal seria: “[...] consagrado às ciências, literatura, política, comércio, agricultura, etc. Quanto à primeira parte, compreenderá as últimas descobertas nas ciências e artes, com preferência as que foram devidas a autores nacionais [...]” (Guimarães 1812). *O Patriota* começou a circular, em 1813, mensalmente. Em fevereiro de 1813, surgiu uma das primeiras contribuições à matemática, num artigo de autoria de José Saturnino da Costa Pereira, com o título "Entre todos os sólidos de igual superfície, achar o que tem volume máximo".

As iniciativas de Manuel Guimarães, no sentido de divulgar a produção brasileira e também a ciência européia, ambas atividades que desenvolveu com sucesso, evidenciam uma liderança marcante no meio intelectual brasileiro da época, que, muito distanciado ainda dos centros europeus e sob uma política de afastamento do estrangeiro, não apresentava condições favoráveis para que se desenvolvesse um espírito de pesquisa autônoma.

Além das traduções, Guimarães escreveu o primeiro livro-texto de geodésia e astronomia no Brasil, de que se tem conhecimento. *Os Elementos de Astronomia*, publicados em 1814, foram escritos para uso dos alunos da Academia Real Militar, no Rio de Janeiro. Segundo Abraão de Morais, que analisou a obra, esta não tem nada de original, a não ser a boa ordenação da matéria. Todavia evidencia que seu autor estava perfeitamente familiarizado com os progressos da astronomia de sua época. *Elementos de Geodesia*, do mesmo autor, foi editado um ano depois.

Procuraremos, no item seguinte, apresentar alguns conceitos abordados no livro *Elementos de Álgebra* que mostram como Euler tratava de temas polêmicos, como os números complexos e o infinito.

Os números complexos na abordagem euleriana

A abordagem do conceito de número complexo é apresentada na Parte I do referido livro. Euler reconhecia a necessidade de se operar com os números imaginários e, embora ainda não desse a esses números uma legitimidade ampla, como a que atribuiu aos negativos e irracionais, ele apresenta uma interessante discussão.

No capítulo XIII, da seção I, ele afirma que as quantidades impossíveis ou imaginárias têm a mesma origem que as irracionais.

> §140 "Quando pois acontecer o querer-se extrair a raiz de um número negativo, necessariamente haverá muito embaraço, por não poder existir número algum assinalável, cujo quadrado seja negativo. Por tanto, pretender por exemplo extrair a raiz de -4, seria querer achar um número, que multiplicado por si mesmo desse -4; o qual não poderia ser nem +2 nem -2; porque o quadrado de qualquer destes é +4, e não -4".
> §141: "Convém por tanto concluir, que a raiz quadrada de um número negativo não pode ser número positivo, nem negativo; pois que também os quadrados dos negativos tomam o sinal mais. É por isso de necessidade, que a raiz, de que se trata, pertença a uma espécie de números totalmente particular; pois não pode ser contada, nem entre os negativos, nem entre os positivos" (p. 42 – versão 1840)

Euler concebia os números imaginários como "números totalmente particulares", diferentes dos até então considerados. Tratá-los como números particulares já começa a dar uma certa legitimidade a esses entes.

Ele avança na reflexão, no parágrafo 145. Vejamos:

> §145: "Contudo, estes números apresentam-se ao espírito, têm lugar na nossa imaginação, e deles formamos uma idéia suficiente, pois sabemos que por exemplo por $\sqrt{-4}$ se entende um número, que multiplicado por ele mesmo dá -4. Por esta razão também, nada há que impeça o aplicar-lhes o cálculo e fazer uso deles".

O que eles são no mundo empírico não importa, "[...] nada há que impeça de fazer uso deles nos cálculos", diz Euler. Os números imaginários apresentam-se ao nosso espírito e podemos formar uma idéia deles. O nosso espírito, ou a nossa imaginação, é grande o suficiente para que possamos operar com entes ainda que não saibamos onde aplicá-los. Acreditamos que é mais ou menos isso que Euler queria dizer.

Sobre a importância e utilidade dos números, ele arrisca um exemplo, no parágrafo 151:

> §151: "Resta enfim desfazer a dúvida, que poderia haver sobre a utilidade dos números, de que acabamos de falar, pois na verdade, sendo eles impossíveis, não seria de admirar, que se acreditassem de todo inúteis e tão somente objeto de uma vã especulação. Todavia, isto seria um engano: o cálculo dos imaginários é da maior importância; amiúde se apresentam questões, sobre cuja possibilidade ou impossibilidade, nada se poderia proferir prontamente. Porém, quando a sua solução nos conduz a números imaginários, ficamos certos da impossibilidade do que se pede. Para aclarar com um exemplo o que acabamos de dizer, suponhamos que se nos propõe a questão seguinte: dividir o número 12 em duas partes tais que, multiplicados um pelo outro dê 40. Resolvida pelas regras ordinárias, acha-se 6 + √-4 e 6 – √-4, as partes pedidas, e por esses números imaginários conclui-se que a questão é impossível" (1840, p. 44)

Como o problema não possui raízes reais, ele sugere uma reformulação no enunciado do problema: "Perceber-se-á facilmente a diferença que haveria se a questão fosse dividir 12 em duas partes, que multiplicadas entre si dessem 35, porque é evidente que 7 e 5 seriam as partes pedidas" (1840, p. 44).

Aqui ele propõe contornar a dificuldade, alterando os valores numéricos do problema. Por essa razão, consideramos que o autor, embora tenha avançado nas reflexões sobre esses números e opere com precisão com eles, ainda não foi capaz de assumi-los totalmente como entes matemáticos, com legitimidade para enquadrá-los num conjunto mais amplo de números, como posteriormente Gauss irá realizar.

Ao tratar da natureza das equações do segundo grau, o autor retorna à questão dos números imaginários.

> §701. É muito importante, entretanto, descobrir algum indício, por meio do qual nós possamos imediatamente saber se uma equação do segundo grau é possível ou não. Vamos retomar a equação geral $x^2 - ax + b = 0$. Nós temos que $x^2 = ax - b$ e $x = \pm\sqrt{\left(\frac{1}{4}a^2 - b\right)}$. Isto mostra que, se b é maior que $\frac{1}{4}a^2$, ou $4b$ é maior que a^2, os dois valores de x são sempre imaginários, já que será requerido extrair a raiz quadrada de uma quantidade negativa; ao contrário, se b é menor que $\frac{1}{4}a^2$, ou mesmo menor que 0, pode-se dizer, se ele for um numero negativo, que ambos os valores serão possíveis ou reais. Mas, se eles são reais ou imaginários, não é menos verdade, que eles sejam ainda exprimíveis, e sempre têm essa propriedade, que sua soma é igual a a

> e seu produto igual a b. Então, na equação $x^2 - 6x - 10 = 0$, a soma dos dois valores de x será 6 e o seu produto 10; agora nós encontramos 1. $x = 3 + \sqrt{-1}$ e 2. $x = 3 - \sqrt{-1}$, quantidades cuja soma é 6 e cujo produto é 10" (Euler 1840, p. 247) .

No parágrafo seguinte, Euler explica que se pode representar de maneira mais geral todas as equações da forma $fx^2 \pm gx + h = 0$, e encontrar x pela expressão $x = \dfrac{\mp g \pm \sqrt{\left(g^2 - 4fh\right)}}{2f}$.

O tema sobre os números complexos aparece novamente quando ele aborda as equações de terceiro grau. Ele inicia com as equações de terceiro grau por ele adjetivadas de "puras". São equações do tipo: $x^3 = a$ ou $x^3 = \dfrac{a}{b}$.

O exemplo apresentado é bastante simples, mas a discussão que ele estabelece com o leitor é interessante.

$$x^3 = 8$$

Euler (1840, p. 249) procura todos os números que, elevados ao cubo, dêem resultado 8. "Como $x = 2$ é sem dúvida tal número, como foi dito no último capítulo a equação $x^3 - 8 = 0$ precisa ser divisível por $x - 2$". Assim, dividindo o polinômio $x^3 - 8$ por $x - 2$ encontramos $x^2 + 2x + 4$. Segue-se que $x^3 - 8 = 0$ pode ser representado por estes dois fatores: $(x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0$. Ao considerar o fator $x^2 + 2x + 4$ igual a zero ele obtém, como raízes, os seguintes números: $x = -1 + \sqrt{-3}$ e $x = -1 - \sqrt{-3}$. Ele substitui ambos os valores na equação $x^3 - 8 = 0$ e mostra que eles satisfazem a equação. Conclui, então: "É verdade que os valores de x são imaginários ou impossíveis, mas ainda assim eles merecem atenção" (1840, p. 250).

Para completar a exposição, considera uma equação genérica do terceiro grau do tipo "pura" e afirma que, para essa equação, existem sempre três raízes, mas somente uma real ou possível, as outras duas são impossíveis. Todavia, ele ressalta: "Nos cálculos ordinários, certamente, nós empregamos somente o primeiro desses valores, porque os outros dois são imaginários" (1840, p. 251).

De fato, ao apresentar os problemas resolvidos, ele apenas considera como resposta o valor real. Exemplo:

> Uma menina do campo troca queijos por galinhas, na razão de dois queijos por três galinhas, estas galinhas colocam em ovos a ½ da quantidade que há em queijos. Além disso, a menina vende no mercado nove ovos[9] por tantos "sous" quanto é a quantidade que cada uma das tantas galinhas havia

[9] Isto é, cada nove ovos são vendidos por $x/2$ sous.

> colocado, recebendo ao todo 72 "sous". Quantos queijos ela trocou? (1840, p. 252)

A resolução apresentada é a seguinte:

> Seja x o número de queijos, então o número de galinhas será $\frac{3}{2}x$, os quais a menina recebe na troca; e cada galinha coloca $\frac{1}{2}x$ ovos, o número total de ovos será $\frac{3}{4}x^2$. Agora, como nove ovos foram vendidos por $\frac{1}{2}x$ "sous", o dinheiro que $\frac{3}{4}x^2$ ovos produz é $\frac{1}{24}x^3 = 72$. Consequentemente, $x^3 = 24\times 72 = 8\times 3\times 8\times 9 = 8\times 8\times 27 = 1728$. Portanto, $x = 12$, isto é, a menina trocou 12 queijos por 18 galinhas (1840, p. 252).

As demais raízes para essa equação não são consideradas. Em nenhum dos problemas propostos, o autor considera as raízes complexas como uma solução possível. Ele apenas admite as soluções complexas quando se trata da equação que não está envolvida num problema, mesmo que o problema seja do tipo "Encontrar um número, cujo quadrado multiplicado pela sua quarta parte produza 432" (1840, p. 251). Isso nos leva a concluir que os números complexos que surgem nas equações devem ser considerados, mas eles não são números legítimos, não possuem *status* de número; ele não conhece o significado deles, portanto, embora mereçam atenção, como afirmou, eles não se aplicam a situações-problema.

O infinito para Euler

Nas primeira páginas do livro, Euler utiliza o termo infinito sem defini-lo, quando constrói a série dos números inteiros. " 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, e assim até o infinito" (1840, p. 5). Da mesma forma, quando fala sobre a série dos números inteiros negativos, afirma que a série continua até o infinito. Ao abordar as frações, nos parágrafos 78 a 84, surge uma ampla discussão sobre o infinito. Ele toma a série de frações do tipo $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ etc., ressaltando que as frações irão continuamente diminuindo. Então, $\frac{1}{100}$ é menor que $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{1000}$ é menor que $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{10.000}$ é menor que $\frac{1}{1000}$ etc. A partir daí ele questiona: será possível tornar o denominador tão grande que a fração se anule? Ele responde negativamente, justificando: por menor que seja a parte da unidade, ela ainda assim preserva uma magnitude, e portanto nunca poderá ser igual a nada, ou seja, ela nunca desaparecerá ou tornar-se-á igual a zero. Por outro lado, ao querer introduzir o infinito, ele prolonga a discussão dizendo: "Nós nunca podemos chegar completamente ao zero ou a nada; entretanto, o denominador pode ser sempre maior, já que aquelas frações precisam sempre preservar uma certa quantidade; nós podemos continuar a série de frações do artigo 78 sem qualquer interrupção. Esta circunstância introduz a expressão, que o denominador precisa ser infinito, ou infinitamente grande, para que a fração possa ser reduzida a 0 ou a nada, portanto a palavra infinito na realidade aqui significa que nós nunca podemos chegar ao fim da série de frações acima mencionada" (p. 23). Até aqui, parece que o infinito não tem o status de número, mas de algo muito grande, que não termina, que não tem fim.

O próximo passo é introduzir um símbolo para o infinito. Ele adotou a notação usada por Wallis em 1655 para o infinito: ∞. Mas, quando ele introduz essa notação, começa a dar maior legitimidade ao infinito, já o tratando por número. "Para expressar esta idéia de acordo com o sentido acima mencionado, nós usamos o símbolo ∞, que consequentemente indica um número infinitamente grande; nós podemos portanto dizer que esta fração $\frac{1}{\infty}$ é na realidade nada, porque uma fração não pode ser reduzida a nada até que o denominador tenha crescido até o infinito" (1840, p. 23).

Euler estava ciente da importância do infinito e da necessidade de se discutir a respeito, o que ele revela no parágrafo 83: "É muito necessário prestar atenção a esta idéia de infinito, já que ela é derivada dos primeiros elementos de nosso conhecimento, e já que ela irá ser da maior importância no seguimento deste tratado" (1840, p. 23). Como construir uma álgebra superior sem passar pelo conceito de infinito? Como defini-lo? Existiria mais de um infinito? Podemos ordenar o infinito? O que estaria envolvido por trás desse conceito tão importante? Nos parágrafos seguintes, segundo nossa interpretação, ele arrisca algumas idéias e começa a tratar o infinito como número, inclusive operando com ele. A fração pode ser entendida como o quociente entre dois números, e assim, ele toma os números 1 e ∞ e monta a fração $\frac{1}{\infty}$, dizendo: " A fração $\frac{1}{\infty}$ representa o quociente resultante da divisão de 1 por ∞". Se ela é uma fração com status de número, pode-se, novamente, considerar uma fração com numerador 1 e denominador $\frac{1}{\infty}$. Ele prossegue: "Agora, nós sabemos que se dividimos o dividendo 1 pelo quociente $\frac{1}{\infty}$, que é igual a nada, nós obtemos novamente o divisor ∞. Então nós obtemos uma nova idéia de infinito, e aprendemos que ela surge da divisão de 1 por 0; assim, nós estamos autorizados a dizer que 1 dividido por 0 expressa um número infinitamente grande ou infinito" (1840, p. 23). Uma nova maneira de fazer surgir o infinito diferente daquela apresentada na série de números inteiros, é considerar uma fração cujo numerador é 1 e o denominador é zero. Na continuidade do tema, ele chama a atenção para a possibilidade de existência de diferentes infinitos, dizendo que é um erro supor que um número infinitamente grande não possa ser suscetível de crescimento. Ele propõe inclusive uma ordenação dos infinitos. Vejamos a forma em que ele se expressa: "Pode ser necessário também, neste lugar, corrigir o erro daqueles que afirmam que um número infinitamente grande não é suscetível de aumento. Esta opinião é inconsistente exatamente com os princípios que nós apresentamos acima; se $\frac{1}{0}$ significa um número infinitamente grande, e $\frac{2}{0}$ sendo incontestavelmente o dobro de $\frac{1}{0}$, é evidente que um número embora infinitamente grande, ainda assim pode se tornar duas, três vezes maior ou um número qualquer de vezes maior" (1840, p. 23).

Na obra traduzida para o francês com acréscimos de M. Bernoulli e Lagrange, aparece uma longa nota de rodapé, chamando a atenção para a falácia no raciocínio do autor.[10]

Mesmo que haja falácia no raciocínio apresentado, é interessante observarmos que Euler foi um dos primeiros matemáticos a levantar a possibilidade da existência de vários infinitos, um tema que voltaria a ser discutido, em outro contexto e com outros resultados, por Georg Cantor, no fim do século XIX.

Considerações finais

Euler possuía aquela qualidade imprescindível para um criador matemático – uma imaginação sem fronteiras! Por isso, seus contemporâneos, como Laplace, recomendavam a seus alunos que lessem os trabalhos de Euler, "ele é o nosso mestre" (Fellmann 2007, p. 122); nos seus trabalhos encontram-se muitos tesouros a serem descobertos. Os escritos de alguém que deixava o seu espírito voar para onde ele quisesse merecem ser lidos e relidos por estudantes de todas as épocas, não como um repositório de conhecimentos ultrapassados, mas como uma fonte de inspiração para o desenvolvimento de novas idéias tanto para a matemática, quanto para a epistemologia da matemática ou educação matemática.

O livro *Elementos de Álgebra* de Euler mostra claramente uma abordagem do século XVIII para esse tema, com suas inovações e também com suas limitações. Incluía conteúdos que atualmente não são apresentados nos livros didáticos de Álgebra, como razões, proporções, progressões geométricas e equações diofantinas. Não nos surpreende, portanto, que a apresentação clara e metódica do autor tenha empolgado tantos professores que usaram esse livro por várias décadas e em tantos países. Os livros de matemática de Euler, pela clareza e simplicidade, tornaram-se, segundo o historiador Fellmann, o protótipo do livro didático e serviram de modelo para autores, não só no século XVIII, mas também no século XIX.

Quando o livro de álgebra de Euler foi traduzido no Brasil, e publicado em 1811, não havia ainda uma institucionalização do ensino superior da matemática, e pode ser que a profundidade que alguns temas tenham sido apresentados tenha desmotivado o seu uso na Academia Real Militar, destinada a formação de militares e engenheiros militares. O livro de álgebra de Lacroix parece ter sido considerado mais

[10] A nota é interessante porque os comentadores dizem que Euler tomou o sinal de infinito como sendo o próprio infinito e aplicou a ele propriedade de frações. Para eles, quando expandimos $\frac{1}{0}$ ou qualquer outra fração tendo como denominador 0, teríamos sempre o mesmo infinito (p. 23 e 24)

apropriado para o ensino dos alunos na referida academia. O tema merece ainda mais investigações.

Referências

Alfonso-Goldfarb, A. M. e Ferraz, Márcia H. M. 2002. "Raízes históricas da difícil equação institucional da ciência no Brasil". *São Paulo em Perspectiva*, v. 16, n. 3, São Paulo.
Barboza, Francisco Villela. 1824. Documento Manuscrito. Arquivo Nacional.
Camargo, A. M. A. e Moraes, R. B. 1993. *Bibliografia da Impressão Régia do Rio de Janeiro*. São Paulo: Kosmos.
Euler, L. 1809. *Elementos d'Algebra*. Rio de Janeiro: Impressão Régia.
____. 1840. *Elements of Algebra*. Londres, printed for Longman.
____. 1959. *Vollständige Anleitung zur Algebra*. Stuttgart: Reclam-Verlag.
Fellmann, E. A. 2007. *Leonhard Euler*. Basel: Birkhäuser.
Ginzburg, C. 2007. *O Fio e os Rastros*. São Paulo: Companhia das Letras.
Guimarães, Manuel Ferreira de Araújo. 1812. *Variação dos Triângulos Esféricos*. Rio de Janeiro: Impressão Régia.
Jornal Gazeta. 1809-1912. Rio de Janeiro, http://objdigital.bn.br/acervo_digital/div_periodicos/gazeta_rj/gazeta.htm.
Martins, W. 1977-78. *História da Inteligência Brasileira*, v. 2, (1704-1855). São Paulo: Cultrix e EDUSP.
Pasquier, L. G. 1927. *Leonard Euler et ses amis*. Paris: Hermann.
Pereira, José Saturnino da Costa. 1824. Documento manuscrito, Códice IG^3-5. Arquivo Nacional.
Silva C. M. 1994. "Marco do ensino superior da Matemática no Brasil". *Temas & Debates*, n. 5, ano VII.
_____. 1996. "'A variação dos triângulos esféricos' de Manuel Araújo Guimarães: primeiro impresso de matemática, no Brasil, após a liberação da imprensa em 1810". *Revista da SBHC*, n. 15, 53-66.
Telles, Pedro C. da Silva. 1984. *História da Engenharia no Brasil (séculos XVI a XIX)*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos.
_____. 1993. *História da Engenharia no Brasil (século XX).* Rio de Janeiro: Clavero Editoração.

Agradecimentos

Agradeço a Carlos H. B. Gonçalves pelas críticas pertinentes e interessantes sugestões ao texto, as quais foram incorporadas no presente artigo.

Circe Mary Silva da Silva
UFES-Brasil

E-mail: cmdynnikov@gmail.com