Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 9 nº 17 (abril/2009 - setembro/2009) – pág. 53-63
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

HISTÓRIA, TRADIÇÃO E PESQUISA SOB DISPUTA: O CASO DOS POLIEDROS NA GEOMETRIA*

Rogério Monteiro de Siqueira
USP-Brasil

(aceito para publicação em março de 2009)

Resumo

Quando Euler, em 1752, enunciou sua famosa expressão $F - A + V = 2$, que relaciona o número de faces F, arestas A e vértices V de um poliedro convexo, pretendia realizar o primeiro estudo sistemático/classificatório dos "sólidos incluídos por figuras planas", os poliedros. Desde então, muito já se escreveu sobre o assunto, em parte porque a fórmula proposta por Euler não dá conta de classificar todos os poliedros conhecidos, em parte porque Descartes, no seu manuscrito "De solidorum elementis", perdido por quase dois séculos, também estudou os poliedros e suas relações, fato que resultou em muitas discussões sobre quem deveria receber o título de criador – ou descobridor? – da famosa expressão. Esta vasta literatura, produzida por aqueles que pesquisam em geometria, decorre provavelmente da ubiquidade da relação de Euler em três subáreas da disciplina, a saber: na topologia combinatória, como invariante topológico das variedades fechadas; na geometria diferencial, como ponte entre a geometria local e global; e na geometria discreta, como classificador dos poliedros. Este trabalho pretende mostrar que Euler e o seu "Elementa doctrinae solidorum" têm desempenhado o papel de mito fundador dessas subáreas, especialmente da topologia combinatória e da geometria discreta. Além disso, a historiografia sobre Euler e seu trabalho foi utilizada por matemáticos-historiadores, no campo da geometria, para legitimar argumentos em desentendimentos epistemológicos. Nesse sentido, ao contrário do que subentende Lakatos em seu *Proofs and Refutations*, a lógica da descoberta científica na matemática não é imanente, merecendo uma leitura das relações de poder entre seus agentes que auxilie no entendimento das rivalidades no campo científico.

Palavras-chave: característica de Euler, história da geometria, tradições científicas.

---

* Uma primeira versão deste trabalho foi apresentada no Encontro Brasileiro do Tricentenário de Leonhard Euler (1707–1783), promovido pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), Escola de Artes, Ciências e Humanidades (EACH) e Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo, com o apoio científico da International Comission on the History of Mathematics (ICHM), realizado em São Paulo, em 5 de dezembro de 2007.

Abstract

In 1752, when Euler enunciated his famous expression $F - A + V = 2$, relating the number of faces, F, edges, A, and vertices, V, of a convex polyhedron, he intended to perform the first systematic/classificatory study of "solids included by plane figures", i.e., polyhedra. Much has been written on the subject ever since. This happened partly because the formula proposed by Euler is not able to classify all known polyhedra, and partly because Descartes, in his manuscript "De solidorum elementis", lost for almost two centuries, also studied polyhedra and their relations, prompting many discussions on who should be viewed as creator – or discoverer? – of the famous expression. This vast body of writing, produced by researchers interested in geometry, is probably due to the ubiquitous presence of Euler's relation in three subfields of geometry, namely combinatorial topology (as a topological invariant of closed manifolds), differential geometry (as a link between local and global geometry), and discrete geometry (as a classifier of polyhedra). In this paper, our goal is to show that Euler and his "Elementa doctrinae solidorum" have been performing the role of a foundational myth of these areas, especially combinatorial topology and discrete geometry. Besides that, the historiography on Euler and his work have been used by historian-mathematicians, in the case of geometry, to legitimize positions in epistemological controversies. In this sense, differently from what Lakatos assumes in his *Proofs and Refutations*, the logic of scientific discovery is not immanent, deserving an analysis of the power relationships established between its agents in order to help the understanding of rivalries in the scientific field.

Key words: Euler characteristic, history of geometry, scientific traditions.

> *"Serão grandes, oh! Grandes! Deus há de dar-lhes muitos benefícios. Eles hão de subir, subir, subir... Brigaram no ventre de sua mãe, que tem? Cá fora também se briga. Seus filhos serão gloriosos. Quanto à qualidade da glória, cousas futuras!"*
>
> Machado de Assis, *Esaú e Jacó.*

Certamente, entre todas as tarefas que a historiografia das disciplinas tem abraçado, a de estabelecer fundadores e a de entender as inovações introduzidas por eles tem grande destaque. Nas análises dessas fundações, com certa frequência, dissocia-se a produção científica das condições sociais dos autores, das rivalidades com seus pares, amigos e inimigos, das limitações do seu tempo, e considera-se a genialidade das idéias e dos pesquisadores, por vezes consensual, como a única explicação para que uma tradição se estabeleça como legítima. Depreende-se dessas análises um gosto por uma verdade universal e atemporal, e uma aversão às disputas acadêmicas e políticas que os processos de legitimação exigem. No entanto, de tempos em tempos, historiadores e especialistas das disciplinas propõem novos valores e interpretações para uma descoberta. Cristaliza-se a interpretação de quem utiliza e é mais influente, e a história da disciplina vai sendo escrita lentamente por seus "legítimos" herdeiros.

Não se trata de "corrigir" aqui os possíveis equívocos nas respostas às questões postas pela historiografia: como se deu a descoberta? Como mudaram os paradigmas? Como se compreende a descoberta? Tudo leva a crer que os dois únicos trabalhos de Leonhard Euler (1707-1783) sobre poliedros (Euler 1758a; 1758b) obtiveram variadas interpretações, no século XX, por razões que vão além da revisão de erros historiográficos. Alguns geômetras influentes tomaram a fórmula de Euler para poliedros como pedra fundamental de suas respectivas áreas e, a despeito das intenções de Leonhard Euler, declaradas em carta e na introdução dos seus trabalhos, deram versões conflitantes sobre eles, como veremos a seguir.

Mesmo supondo que as intenções de um cientista do século XVIII, ao escrever uma obra, possam ser claras o bastante para que ecoem com justiça trezentos anos depois, é inverossímil e ingênuo postular que esta mesma obra seguirá o caminho vislumbrado pelo seu autor. As conexões entre as obras seminais de uma determinada disciplina e a produção científica contemporânea são construídas, *a posteriori*, pelos historiadores e pesquisadores da área. Por isso, a história da disciplina, em particular sua genealogia, seus fundadores e seus herdeiros, e, de uma maneira mais ampla, as coisas cujo valor é da ordem do simbólico – os objetos de pesquisa mais legítimos e quem tem autoridade para defini-los –, frequentemente estão sob disputa. Este artigo pretende apontar e analisar traços desta disputa no século XX tendo como estudo de caso a fórmula de Euler para poliedros.

———

Entre 1729 e 1767, Leonhard Euler e Christian Goldbach produziram um conjunto epistolar bastante extenso. São cerca de 200 cartas catalogadas até agora sobre matemática, especialmente teoria dos números, sendo que 102 foram de Euler para Goldbach. Os dois se conheceram em 1727, quando Euler chegou pela primeira vez à Academia de São Petersburgo, oriundo de Basiléia, Suíça, para ocupar uma vaga de medicina. Dois anos depois, Goldbach deixa São Petersburgo para acompanhar a corte russa, que se mudava para Moscou, ocasião que marca o começo das correspondências entre os dois. Em uma carta de novembro de 1750, Leonhard Euler comenta:

> [...] me ocorreu determinar propriedades gerais dos sólidos limitados por faces planas, porque não tenho dúvidas que teoremas gerais seriam encontrados, da mesma maneira que os das figuras retilíneas planas: (1) em toda figura plana o número de lados é igual ao número de ângulos, e (2) a soma de todos os ângulos é igual ao dobro de tantos ângulos retos quantos lados existirem menos quatro.[1]

Os estudos sobre poliedros, ou, de uma outra maneira, sobre os sólidos limitados por faces planas, nos séculos XVII e XVIII se resumem, até onde se conhece, a poucos

[1] Tradução baseada na versão para o inglês de Biggs, Lloyd e Wilson (1976).

escritos[2]. Entre estes, os comentários de Kepler (1571-1630) sobre poliedros estrelados e arquimedianos no *Harmonices Mundi* (1619), de Descartes no manuscrito compilado por Leibniz *Progymnasmata de Solidorum Elementis excerpta ex Manuscripto Cartesii* (aprox. 1620), e de Euler nos artigos "Elementa doctrinae solidorum" (1758) e "Demonstratio nonnullarum insignium proprietatum, quibus solida hedris planis inclusa sunt praedita" (1758), que chamaremos a partir de agora Elementa I e II[3], demonstram uma procura, ainda que lenta e vacilante, por métodos que classifiquem e descrevam poliedros segundo uma determinada propriedade. Euler caminha nessa direção ao comentar na introdução do Elementa II[4]:

> Recentemente enunciei os primeiros princípios da geometria dos sólidos de um mesmo tipo, inclusive propriedades comuns aos sólidos limitados por faces planas [...] é surpreendente que embora a geometria dos sólidos tenha sido estudada por vários séculos tanto quanto a geometria [das figuras planas], seus princípios fundamentais são completamente desconhecidos. Nem ninguém, em tanto tempo, tentou investigar esse assunto e colocá-lo em ordem.

Da mesma maneira que na geometria plana chamamos, por exemplo, qualquer polígono de quatro lados, a despeito de sua forma, de quadrilátero, Euler pretendia dar nomes aos sólidos limitados por faces planas. No Elementa I, parágrafos de nove a onze, ele esboça uma taxonomia que contempla o número dos lados e vértices de um poliedro. A um prisma de base triangular, por exemplo, ele dá o nome *pentaedrum hexagonum.*

É neste contexto que Leonhard Euler, após chamar de H o número de faces do sólido; S, o número de ângulos sólidos (o que hoje chamamos vértices do poliedro); A, o número de arestas; L, a soma de todos os lados das faces; P, a soma de todos os ângulos planos (vértices das faces), considera as possíveis relações que poderiam existir entre H, S, A, L e P.

Seguindo uma linha de raciocínio bastante similar ao sexto item da carta a Goldbach, ele reescreve como a quarta proposição no Elementa I: *In omni solido hedris planis incluso aggretatum ex numero angulorum solidorum et ex numero hedrarum binario excedit numerum acierum,* que pode ser traduzido como "Em qualquer sólido limitado por faces planas, a soma do número de ângulos sólidos e o número de faces excede em dois o número de arestas", ou seja, $S + H = 2 + A$. Observe que, enquanto nos polígonos o número de vértices é igual ao número de lados, nos sólidos o número de vértices se relaciona com o número de faces por meio de uma entidade geométrica que não era definida até então: a aresta. Isto foi uma novidade introduzida por Euler para possibilitar uma primeira taxonomia dos poliedros, um estudo que trouxesse "à luz os princípios da geometria dos sólidos, sobre os quais esta ciência [dos sólidos] será construída e desenvolvida". Segue ele

---

[2] Para um apanhado substancial sobre o que se produziu sobre poliedros até o fim do século XX, ver Cromwell (2001).

[3] Quase toda a produção euleriana pode ser encontrada na página "The Euler Archive", http://math.dartmouth.edu/~euler/.

[4] Baseado na tradução para o inglês de C. Francese e D. Richeson (Euler 1758b).

dizendo: "Não há dúvida que ela [a ciência dos sólidos] contém muitos exemplos interessantes de sólidos que desconhecemos".[5]

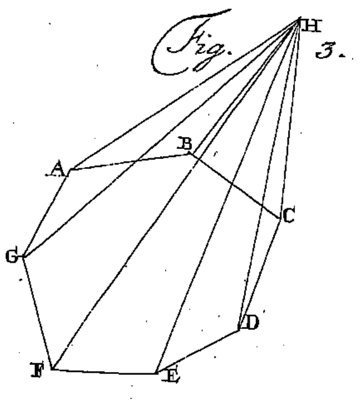

Figura 1. Pirâmide considerada por Euler no Elementa I onde encontramos oito vértices (A, B, ..., H), quatorze arestas (AH, AB, BH, BC, ..., GH, GA) e oito faces (uma base e sete faces laterais). Assim, $V = 8$, $A = 14$ e $F = 8$ (com $F - A + V = 2$).

Para convencer o leitor da validade de sua fórmula, Euler demonstra a relação no caso das pirâmides e dos prismas, sem apresentar uma prova geral no Elementa I. Entre o comentário de Euler a Goldbach, em novembro de 1750, até a proposta de uma demonstração transcorreram-se dez meses. Segundo Jacobi, Euler apresentou os primeiros resultados na academia de Berlim em 26 de novembro de 1750, e a prova contida no Elementa II em setembro de 1751 na mesma academia. Somente em 1758, oito anos após Euler ter escrito a carta a Goldbach, os Elementa I e II foram publicados simultaneamente nos *Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae*, publicação relativa aos anos 1752 e 1753 da Academia de São Petersburgo.

———

Na quarta proposição do Elementa II, Euler afirma ser sempre possível retirar um vértice (e as arestas conectadas a ele) de qualquer sólido de maneira que o sólido resultante tenha um vértice a menos e a soma $F - A + V$ continue inalterada.[6] Retira-se, prossegue Euler, cada vértice até que no sólido restem apenas quatro vértices, ou seja, até que uma pirâmide triangular seja obtida. Como as pirâmides triangulares possuem 4 faces, 4 vértices e 6 arestas, elas satisfazem $F - A + V = 2$. Dado que a fórmula, acreditava Euler, é invariante no processo, estava demonstrada a fórmula para qualquer sólido.

5 Baseado na tradução de Francese e Richeson (Euler 1758b). A expressão está contida no Escólio 19.

6 É bastante comum, tanto no inglês quanto em português, denotar o número de faces por F e V o número de vértices. Seguiremos esta notação a partir de agora.

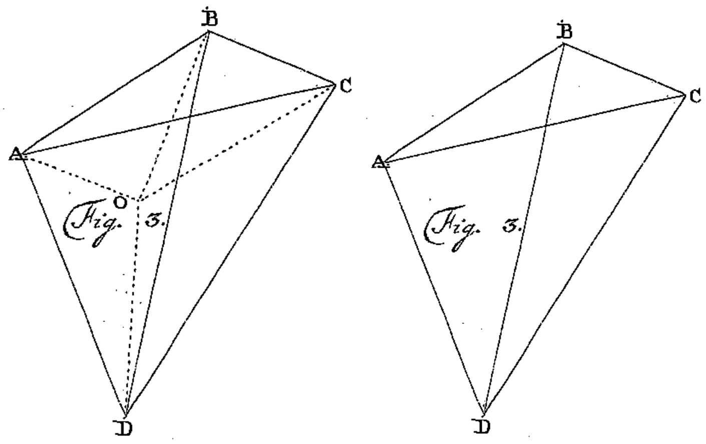

Figura 2. Processo de demonstração proposto por Euler ilustrado na figura 3 do Elementa II. Ao retirar-se o vértice O (o segundo desenho é uma modificação da figura 3 do Elementa), verifica-se que o sólido obtido ainda satisfaz a relação $F - A + V = 2$.

Leonhard Euler nada mais escreveu sobre a classificação dos sólidos limitados por faces planas. Ao contrário dos trabalhos de Descartes sobre poliedros, que ficaram perdidos por aproximadamente duzentos anos, os trabalhos de Euler foram citados em profusão a partir do começo do século XIX graças, em parte, a um sistema de revistas científicas já bem estabelecido no século XVIII. A fórmula $F - A + V = 2$ reaparece, por exemplo, no famoso tratado de Legendre, *Éléments de Géométrie*[7], publicado em 1794, e nos trabalhos de Cauchy, Lhuilier, Poinsot, Prouhet, entre outros. Grande parte destes trabalhos propõe novas demonstrações e extensões para a fórmula de Euler, uma vez que o método "indutivo" proposto não funciona sempre (Figura 3) e a fórmula é válida somente para sólidos que não contenham "buracos". Mas, talvez, o grande interesse, por parte da comunidade científica, nesses dois trabalhos de Leonhard Euler se deva à sua utilização na geometria, especialmente nas fórmulas de Gauss-Bonnet da geometria diferencial, e nos trabalhos sobre classificação de superfícies fechadas da topologia combinatória.

7 Legendre utilizou o teorema de Girard, que fornece a área de um triângulo esférico em termos de seus ângulos, para demonstrar a fórmula de Euler.

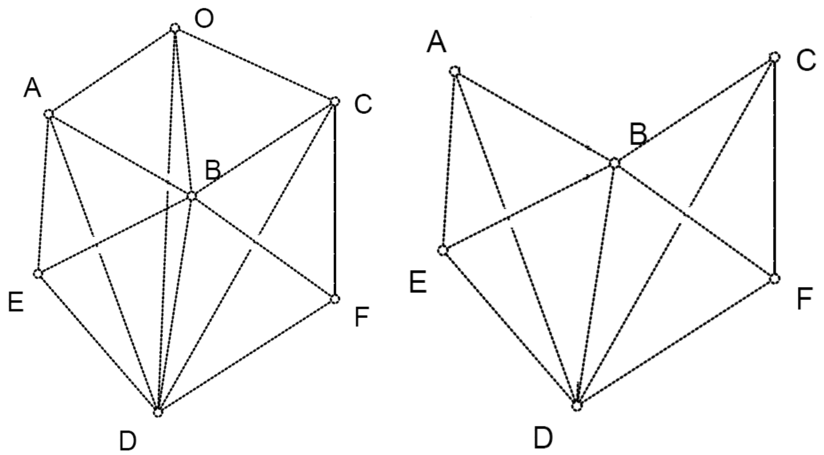

Figura 3. Ao retirar o vértice *O*, o sólido obtido deixa de satisfazer a fórmula de Euler.[8]

———

É corrente entre matemáticos e historiadores da matemática, desde o final do século XIX, que os estudos de Leonhard Euler sobre poliedros contêm as primeiras noções de topologia registradas na literatura. Hassler Whitney, por exemplo, indagando-se a respeito do "mais antigo começo" da topologia, responde que "um primeiro exemplo é a descoberta de Euler e a prova de que em um poliedro, topologicamente uma bola," vale a relação $F - A + V = 2$ (Whitney 1988). Federico comenta que nos trabalhos de Euler sobre poliedros "a maioria dos resultados apresentados eram de natureza topológica e sua prova do teorema dos poliedros era também topológica" (Federico 1982, p. 65). Tais opiniões não são isoladas, e se repetem por boa parte da produção matemática e historiográfica do século XX.

Não só a história foi interpretada como topológica, a definição de poliedro parece ter se consolidado em favor da topologia. Ela serviu como base para a definição de complexo (Burde e Zieschang 1999), um objeto de pesquisa muito caro à topologia. Um complexo de dimensão dois é, grosso modo, um poliedro com arestas e faces flexíveis que serve como "esqueleto" de uma superfície topológica. Em um complexo, o lado de uma determinada face, que é um polígono cujo interior não contém buracos, deve ser colado ao lado de uma outra face de maneira que os ângulos planos, formados pelo encontro dos lados das faces, se encontrem sempre.

Paralelamente aos caminhos topológicos, uma outra vertente se construiu. Em 1994, Branko Grünbaum, pesquisador bastante conhecido na geometria combinatória, e seu colaborador Geoffrey Shephard, propuseram uma extensão da fórmula de Euler para

[8] Exemplo construído por Ed Sandifer (2004).

conjuntos poliedrais que não precisavam ser entendidos como complexo (Grünbaum e Shephard 1994a): no interior das faces podia haver outro polígono, vértices ou arestas. Ao final do artigo, em meio a notas históricas sobre o tema, afirmam que o "desenvolvimento [do conceito de poliedro para o de complexo e outros objetos mais gerais] levou a uma perda de conexão com as origens do teorema de Euler". Os argumentos de Grünbaum e Shephard causaram protestos na mesma revista, *The American Mathematical Monthly*.

Peter Hilton e Jean Pedersen, auto-intitulados topológo e geômetra, afirmaram que o artigo de Grünbaum e Shephard "negligencia e distorce a contribuição que os topólogos algébricos e combinatórios fizeram para o desenvolvimento da característica de Euler" (Hilton e Pedersen 1994). Rejeitaram o argumento de que a topologia construiu resultados sem conexão com as "origens" da fórmula de Euler, "lembrando" que a extensão de Poincaré à fórmula de Euler não só explica os resultados originais, mas estabelece a invariância topológica da fórmula. Além de colocar o problema proposto por Grünbaum e Shephard como um problema inexistente[9], desconsideram os exemplos com faces não poligonais apresentados no decorrer do artigo. Em resposta, entre outros comentários, Grünbaum e Shephard afirmam que se Euler "fosse vivo hoje, ele teria, nós acreditamos, se sentido mais confortável com a nossa abordagem ao seu teorema que a defendida na resposta" dada por Hilton e Pedersen (Grünbaum e Shephard 1994b).

Não foi a primeira vez que um estudo se ocupou de conjuntos poliedrais cujas faces não eram coladas como nos complexos e que, por conseguinte, não satisfaziam $F - A + V = 2$. Já em 1813, Lhuilier e Gergonne (Lhuilier e Gergonne 1813) observaram que havia três classes de poliedros que eram exceções à fórmula de Euler: os poliedros com "cavidade interior", os "anelares", e aqueles cujas faces possuem polígonos no interior.

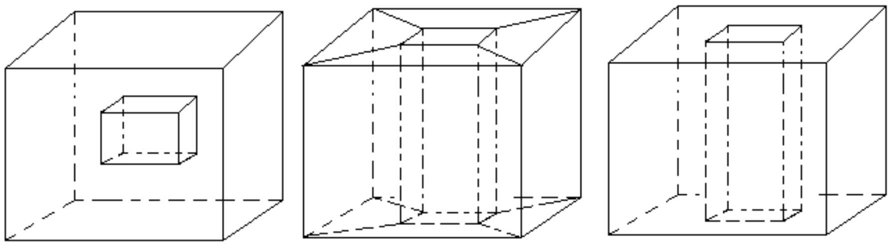

Figura 4. As exceções estudadas por Lhuilier e Gergonne em 1813.

Com o passar dos anos, os poliedros com cavidade interior e faces com "buracos" deixaram de ser estudados, foram relegados à categoria de exceção. Os anelares foram incluídos no cânone e desempenharam, mais tarde, um papel importante na topologia. Para os anelares, a fórmula de Euler foi adaptada à forma $F - A + V = 2 - 2g$, onde g é o número de furos que o poliedro possuir, e a expressão "$2 - 2g$" passou a ser chamada a

9 "We claim that the problem […] that a `simple numerical identity is now seen to be hedged with additional conditions or exceptional cases´ is not real at all." (Hilton e Pedersen 1994, 959).

característica de Euler-Poincaré depois que Poincaré mostrou, no começo do século XX, que eles estavam ligados à classificação das superfícies fechadas.

———

O debate público entre Grünbaum e Hilton poderia ser interpretado como um novo capítulo de uma história já contada por Imre Lakatos no seu famoso ensaio *Provas e refutações, a lógica do descobrimento matemático* (Lakatos 1976). O trabalho de Lakatos é na verdade uma alegoria de um debate – que não existiu, é preciso dizer – protagonizado por pesquisadores dos séculos XIX e XX. Apropriando-se da história dos poliedros, especificamente das várias mudanças que a noção de poliedros vai sofrer no século XIX, Lakatos postula que o conhecimento matemático legitimado é construído, *a posteriori*, por meio de provas e refutações.

Uma análise baseada somente na dinâmica da teoria, que procura explicações ao debate científico na lógica das definições, implicitamente postula igualdade aos cientistas e suas estratégias de debate. Evidente que, no caso Grünbaum e Hilton, os argumentos fazem sentido de acordo com a tradição a que cada um pertence. Está em jogo a versão histórica dos fatos mais "legítima" e, de maneira indissociável, qual a abordagem para o estudo dos poliedros que deve ser considerada oficial. Nas palavras de Pierre Bourdieu: "A definição mais apropriada será a que lhe permita ocupar legitimamente a posição dominante e a que assegure, aos talentos científicos de que ele é detentor a título pessoal ou institucional, a mais alta posição na hierarquia dos valores científicos" (Bourdieu 1976). A hierarquia social dos objetos, "dos objetos legítimos, legitimáveis ou indignos" (Bourdieu 1975, p. 35), não é estática e não possui uma lógica imanente, independente dos interesses de seus "criadores". Ao contrário, ela foi construída e será reconstruída pelos tais, de acordo com a força (acadêmica e política) que cada grupo puder despender. Na medida em que o debate público se estabeleceu numa revista científica de grande circulação, aflora um impasse entre duas tradições a respeito dessa hierarquia. As faces podem ter buracos ou não? É melhor que a definição de poliedro continue irmã dos complexos? A história continuará sendo contada como o "triunfo" da topologia, ou a geometria combinatória conseguirá mais espaço no campo científico e na história da matemática? Não há como saber nem se o mito de fundação dessas disciplinas, quistas irmãs, se perpetuará. *"Quanto à qualidade da glória, coisas futuras!"*, nos dizeres da adivinha machadiana.

Cabe ao historiador levar sempre em conta que a sua pena também está sob disputa, que ela pode legitimar dominantes ou tentar elevar dominados. Ele também é um agente no campo científico, e, na lógica deste campo, a história da disciplina é um bem cujo valor é simbólico. Portanto, ele pode ser conduzido pelas forças deste mesmo campo. Seria o caso de postular uma história da disciplina independente dos interesses da disciplina?

Referências

Biggs, N. L., Lloyd, E. K. e Wilson, R. J. 1976. *Graph Theory 1736-1936.* Oxford: Clarendon Press.
Bourdieu, P. 1975. "Méthode scientifique et hiérarchie sociale des objets". *Actes de la recherche en sciences sociales*, no. 1, 4-6. Tradução brasileira de D. B. Catani e A. M. Catani, "Método científico e hierarquia social dos objetos". In: Nogueira, M. A. e Catani, A. M. 2005. *Escritos de educação / Pierre Bourdieu.* Petrópolis: Vozes, 33-38.
Bourdieu, P. 1976. "Le champ scientifique". *Actes de la recherche en sciences sociales*, no. 2/3, pp. 88-104. Tradução brasileira de Paula Montero, "O campo científico". In: Ortiz, R. 2008. *A sociologia de Pierre Bourdieu*. Olho d'Água, 112-143.
Burde, G. e Zieschang, H. 1999. "Development of the concept of a complex". In: James, I. M., *History of Topology.* Oxford: Elsevier.
Cromwell, Peter R. 2001. *Polyhedra*. Cambridge: Cambridge University Press.
Euler, L. 1758a. "Elementa doctrinae solidorum". *Novi commentarii academiae scientiarum Imperialis petropolitanae*, vol. 4**,** 109-140. Também em *Opera Omnia*, Series 1, vol. 26, 71-93 (Índice de Eneström E230).
Euler, L. 1758b. "Demonstratio nonnullarum insignium proprietatum, quibus solida hedris planis inclusa sunt praedita". *Novi commentarii academiae scientiarum Imperialis petropolitanae*, vol. 4, 140-160. Também em *Opera Omnia*, Series 1, vol. 26, 94-108. (Índice de Eneström E231). Tradução para o inglês de C. Francese e D. Richeson, "Proof of some notable properties with which solids enclosed by plane faces are endowed", disponível em http://math.dartmouth.edu/~euler/.
Federico, P. J. 1982. *Descartes on polyhedra*. New York: Springer-Verlag.
Grünbaum, B. e Shephard, G. C. 1994a. "A new look at Euler's theorem for polyhedra". *The American Mathematical Monthly*, vol. 101, 109-128.
Grünbaum, B. e Shephard, G. C. 1994b. "Response from Grünbaum and Shephard". *The American Mathematical Monthly*, vol. 101, 961-962.
Hilton, P. e Pedersen, P. 1994. "Euler's theorem for polyhedra: A topologist and geometer respond". *The American Mathematical Monthly*, vol. 101, 959-961.
Lakatos, I. 1976. *Proofs and Refutations, the logic of mathematical discovery.* Editado por John Worral e Elie Zahar. Cambridge: Cambridge University Press. Tradução brasileira: *Lógica do descobrimento matemático: provas e refutações.* Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1978.
Lhuilier, Simon e Gergonne, Joseph. 1813. "Mémoire sur la polyédrométrie: contenant une démonstration directe du théorème d'Euler sur les polyèdres, et un examen des diverses exceptions auxquelles ce théorème est assujetti". *Annales de mathématiques pures et appliquées*, tome 3, 169-189.
Sandifer, E. 2004. "*V, E*, and *F*, Part II". In: *How Euler did it,* The Mathematical Association of America. Disponível em http://www.maa.org/news/howeulerdidit.html.
Whitney, H. 1988. "Moscow 1935: Topology moving toward America". In: *AMS History of Mathematics*, vol. 1: *A Century of Mathematics in America*, Part I. AMS, 97-117.

Agradecimentos

Tenho que agradecer a Carlos H. B. Gonçalves pela ajuda com os textos em latim, além do incentivo para trabalhar no tema. A Daniela Ferreira, Graziela Perosa e Kimi Tomizaki pelas discussões preciosas sobre os trabalhos de Bourdieu, que ajudaram a enriquecer sobremaneira a análise.

Rogério Monteiro de Siqueira
Escola de Artes, Ciências e Humanidades – Universidade de São Paulo

E-mail: rogerms@usp.br