

## **O PRINCÍPIO DA RELATIVIDADE – DE GALILEU A EINSTEIN**

*Wladimir Seixas*  
*Unesp – Rio Claro – Brasil*

### **Resumo**

Neste artigo relacionamos os diversos resultados das formulações teóricas da Mecânica e do Eletromagnetismo até a Teoria da Relatividade Especial proposta por Albert Einstein em 1905.

**Palavras-Chave:** História da Mecânica, História do Eletromagnetismo, História da Relatividade, Einstein.

### **Abstract**

This paper presents the main results of the theoretical formulations of the Mechanics and the Electromagnetism towards the Special Theory of Relativity proposed by Albert Einstein in 1905.

**Keywords:** History of Mechanics, History of Eletromagnetism, History of Relativity, Einstein.

### **Introdução**

No final do século XIX a não-invariância das Equações do Eletromagnetismo sobre referenciais inerciais constituía umas das grandes questões da Física. Sua solução ocorre quando da formulação da Teoria da Relatividade Especial feita por Albert Einstein (1879-1955) em 1905. Baseando-se em dois postulados, o Princípio da Relatividade e o Princípio da Constância da velocidade da luz, Einstein reconcilia as teorias de Isaac Newton (1643-1727) e James Clerk Maxwell (1831-1879).

Neste trabalho mostraremos que Einstein organizou um conjunto de idéias, observações e teorias que já haviam sido desenvolvidas ao longo da história. Reformulando conceitos e eliminando outros, Einstein mostra que a Física não pode ser separada em diferentes áreas. Isto quer dizer que experimentos eletromagnéticos não podem ser explicados sem o uso da Mecânica, como também experimentos mecânicos não podem ser independentes da constituição eletromagnética da matéria [1]. O Princípio da Relatividade não é exclusivo da Mecânica. Einstein concebeu-o como um princípio físico.

## A Mecânica Clássica

As primeiras interpretações do que hoje chamamos de Mecânica surgem há cerca de aproximadamente 6000 anos. As descobertas da roda (cerca de 3000 anos a.C.), da alavanca, da balança, da roldana e do parafuso indicam um desenvolvimento motivado pela aplicação prática. Aristóteles (384-322 a.C.) e Arquimedes (287-212 a.C.) entre outros relacionam suas obras com a estática ou equilíbrio. Aristóteles distinguia dois tipos de movimentos: naturais e violentos. Enquanto nos movimentos naturais os objetos tendem a retornar aos respectivos lugares naturais, para os movimentos violentos os objetos seriam forçados a sair dos mesmos [2]. Arquimedes desenvolveu o conceito de centro de gravidade. A Física dos gregos se tornaria insuficiente pelo fato dela não dar a devida importância ao experimento quantitativo [3, p.29]. A compreensão do equilíbrio de forças e a formulação de uma lei geral só serão possíveis muitos séculos depois. Leonardo da Vinci (1452-1519) conhecia o paralelogramo de forças mas, sua compreensão foi devida a Simon Stevin (1548-1620). A formulação final da estática, o teorema do paralelogramo das forças, foi feita pelo francês Pierre Varignon (1654-1722) e depois por Sir Isaac Newton.

Na antiguidade, a descrição dos movimentos dos corpos se dava de maneira confusa e incorreta. Aristóteles dizia que os corpos mais pesados caíam mais rapidamente que os mais leves. Ptolomeu (85-165), por sua vez, em suas obras “*O Almagesto*” e “*As hipóteses dos planetas*”, adota as esfericidade dos céus e da Terra, o geocentrismo (a Terra como centro do cosmos) e o geostatismo (a Terra imóvel) como princípios básicos de sua astronomia. Os planetas estão em movimento circular uniforme. Para explicar o “movimento de progressão e retrocesso” que os planetas pareciam possuir em sua trajetória, quando observados da Terra, diversas superposições de movimentos circulares (epiciclos) eram definidas. Copérnico (1473-1543) em 1543 descobre que, ao mudar o referencial utilizado para descrever o movimento dos planetas para o Sol, mantendo-o imóvel e os planetas movendo-se ao seu redor, as descrições seriam simplificadas. Copérnico consegue desta forma uma maneira mais simples de interpretar os “movimentos retrógrados” dos planetas. No entanto, ele mantém o movimento circular uniforme obrigando-o a utilizar os epiciclos para explicar os valores medidos.

Compartilhando as idéias de Copérnico e acreditando que o Sol era fonte do movimento dos planetas, Johannes Kepler (1571-1630) tentou estabelecer as órbitas exatas dos planetas. Para isto ele utilizou as observações precisas de Tycho Brahe (1546-1601) e deu um grande passo ao mostrar que o movimento dos planetas não se dava em uma trajetória circular e sim elíptica. Em 1609 publica “*Astronomia Nova*”, onde enuncia o que hoje conhecemos pela primeira e segunda lei, esta última descoberta por volta de 1603. Em 1619, em “*De Harmonice Mundi*”, a terceira lei foi publicada. As três Leis de Kepler são:

*Lei I: As órbitas dos planetas são elípticas das quais o Sol, a fonte do movimento, se encontra em um dos focos da elipse;*

*Lei II: O raio vetor que liga o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais;*

*Lei III: A razão dos períodos de dois planetas quaisquer é diretamente proporcional à razão dos cubos das suas distâncias médias do Sol.*

Outro fato interessante era que Kepler acreditava ser infinita a velocidade da luz e que sua intensidade decrescia na razão inversa do quadrado da distância.

O grande avanço da Física aconteceu com os trabalhos de Galileu Galilei (1564-1642). Galileu em uma crítica à Física aristotélica substituiu o espaço qualitativo pelo espaço quantitativo. A abstração e a idealização dos fenômenos físicos serão de grande importância na dedução do comportamento aproximado destes fenômenos. Por exemplo, num pêndulo “ideal” supõe-se que o fio que liga o corpo ao ponto de sustentação possui massa desprezível. O pêndulo não sofre nenhuma força de dissipação, de resistência do ar ou de atrito no ponto de sustentação. O movimento se dá num plano.

Galileu buscava desta forma promover uma “geometrização” da mecânica. Para isso, ele necessitava, além da formulação de novos conceitos e novas ferramentas matemáticas, de uma nova “filosofia da natureza”. Nesta busca Galileu utiliza a experimentação, muitas delas “ideais” ou “imaginárias” (Einstein também irá recorrer às chamadas “*Gedankenexperimente*”, ou experiências da imaginação). Muitas das hipóteses foram corrigidas através de experimentos, como por exemplo, a concepção aristotélica de que os corpos mais pesados caíam mais rapidamente que os mais leves. Sua visão do universo consistia na observação, na experimentação e na aplicação da Matemática.

A Galileu devemos a descoberta do isocronismo do pêndulo<sup>1</sup>, a compreensão do movimento circular e da queda livre, o teorema da composição de velocidades, além dos primeiros princípios fundamentais da Física:

*Princípio da relatividade: se as leis da mecânica são válidas num dado referencial, então são também válidas em qualquer referencial que se mova com velocidade retilínea e uniforme em relação ao primeiro.*

*Princípio da inércia: um corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme a menos que forças ajam sobre ele alterando assim o seu estado.*

No entanto, cabe ressaltar que Galileu no seu Princípio da inércia não incluía os corpos celestes. Ele acreditava que aos corpos celestes os movimentos circulares eram mais apropriados. Além disso, sua mecânica não continha as definições de força e energia.

É devido a Descartes (1596-1650) o conceito de quantidade de movimento. Para ele, “Deus é a primeira causa do movimento, do qual Ele conserva sempre uma quantidade igual no universo”. Somente um Ser Perfeito manteria o movimento perpetuamente. A partir deste princípio, Descartes deduziu outras três leis do movimento [6]:

---

<sup>1</sup> A respeito deste fato, Whitrow [4, p.79-80] observa: “Em termos mais exatos, o pêndulo simples de Galileu, cujo peso descreve arcos circulares, não é exatamente isócrono. Huygens descobriu que o isocronismo teoricamente perfeito (significando que o período de oscilação é o mesmo para todos os ângulos de oscilação) podia ser alcançado forçando-se o peso a descrever um tipo especial de curva geométrica conhecida como arco cicloidal”. Um comentário semelhante também se encontra em Boyer [5, p.274-275]: “Huygens fez alguns relógios de pêndulo..., mas verificou que ao funcionar eles não eram mais precisos que os que dependiam das oscilações de um pêndulo ordinário simples, que são praticamente isócronos para oscilações muito pequenas. No entanto, Huygens nessa investigação tinha feito uma descoberta de importância matemática capital – a involuta de uma cicloide é uma cicloide semelhante, ou inversamente, a evoluta de uma cicloide é uma cicloide semelhante.”

*“Lei I: Corpos em repouso permanecem em repouso, e corpos em movimento permanecem em movimento, a não ser que algum outro corpo aja sobre eles.*

*Lei II: O movimento inercial dá-se em linha reta.*

*Lei III (A): Se um corpo em movimento colide com um segundo corpo que apresente uma resistência ao movimento maior que a força do primeiro corpo para continuar o movimento, então este primeiro corpo muda de direção, sem perder nada do seu movimento.*

*Lei III (B): Se o primeiro corpo possui uma força maior do que a resistência do segundo corpo, ele carrega consigo este segundo corpo, perdendo tanto o seu movimento quanto ele entrega ao outro.”*

Observamos que Descartes concebia o movimento inercial retilíneo. Para ele não podia existir o vácuo, ou seja, o espaço estava sempre cheio de matéria de uma mesma espécie e sempre em movimento, concebendo o seu chamado Princípio dos Vórtices. Em seu trabalho, Descartes deduz leis científicas a partir de princípios metafísicos.

Isaac Newton (1642-1727) irá criticar o método científico de Descartes. Para ele, as leis físicas deveriam vir de uma cuidadosa observação dos fenômenos e não de princípios metafísicos, como Descartes fazia. Em 1686, Newton publica *“Philosophiae naturalis principia mathematica”*. Imensamente influenciado pelo trabalho de Euclides, Newton formaliza sua teoria física sobre um sistema axiomático. O seu método axiomático pode ser dividido em três estágios [6]: (1) formulação de um conjunto de axiomas, definições e teoremas (os axiomas não podem ser deduzidos de outras proposições); (2) correlacionar os teoremas com as observações e (3) as conseqüências deduzidas do sistema de axiomas devem ser observadas empiricamente. São três leis de movimento [7]:

*Lei I: Todo corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que seja obrigado a mudar seu estado por forças impressas nele.*

*Lei II: A mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa, e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime essa força.*

*Lei III: A uma ação sempre se opõe uma reação igual, ou seja, as ações de dois corpos um sobre o outro sempre são iguais e se dirigem a partes contrárias.*

Ele apresenta também as definições de força (“ação impressa é uma ação exercida sobre um corpo para mudar seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta”), aceleração e a ação à distância. Newton obtém o que hoje chamamos de equação diferencial para descrever o movimento dos corpos. Esta equação não tem nenhuma utilidade, se não podemos explicitar uma expressão matemática para ela. A lei da gravitação universal enunciada por Newton nos diz que toda matéria atrai toda e qualquer outra matéria com uma força proporcional ao produto de suas respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas, ou seja,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

A força  $F$  possui a mesma direção da reta que une os centros de massa. Estes centros podem ser idealizados como pontos onde as massas  $m_1$  e  $m_2$  estão concentradas, produzindo desta forma o mesmo efeito. A Mecânica newtoniana irá fornecer uma descrição matemática do movimento dos corpos sob a ação da gravidade. Cabe ressaltar que esta matemática teve que ser desenvolvida por Newton. As trajetórias destes corpos irão descrever elipses, parábolas e hipérbolas. A trajetória fica determinada a partir das condições iniciais do corpo num instante inicial: a posição e velocidade iniciais.

Newton também irá conceber um ambiente absoluto no qual se distinguem o tempo absoluto e o espaço absoluto, estes definidos como:

*I. O tempo absoluto, verdadeiro e matemático flui sempre igual por si mesmo e por sua natureza, sem relação com qualquer coisa externa, chamando-se com outro nome “duração”;...*

*II. O espaço absoluto, por sua natureza, sem nenhuma relação com algo externo, permanece sempre semelhante e imóvel; ...*

Somente em 1789, Henry Cavendish (1731-1810) fez a primeira demonstração experimental da força entre massas. Por meio de uma balança de torção e duas pequenas massas, Cavendish determinou com razoável precisão para a época o valor da constante de proporcionalidade  $G$  da lei de gravitação universal. Isto também lhe permitiu determinar a massa da Terra.

Vimos assim que no início os fenômenos como alavancas, lançamentos de projéteis, pêndulo, movimento dos planetas, eclipses, entre outros eram tratados isoladamente. Com o passar do tempo estes fenômenos iriam fazer parte de áreas do conhecimento divididas em Cinemática, Estática e Astronomia. A teoria newtoniana na sua formulação iria agrupá-los como parte de uma área do conhecimento maior, que passou a ser chamada de Mecânica. Newton com seu trabalho na Física e principalmente na Matemática promove de certa forma uma primeira unificação destes fenômenos físicos e cria também uma teoria completa.

Durante os séculos XVII e XVIII a matemática iria passar por um extraordinário desenvolvimento. O suíço Léonhard Euler (1707-1783) em 1736 publica “*Mechanica*” onde a dinâmica newtoniana é apresentada pela primeira vez na forma analítica<sup>2</sup>. Pierre Simon Laplace (1749-1827), durante os anos de 1799 a 1825, publica “*Méchanique Celeste*”, uma obra monumental de cinco volumes. Esta obra é considerada como o ponto máximo da visão newtoniana da gravitação. Laplace resolve as chamadas perturbações dos planetas, ou seja, variações das órbitas em relação ao previsto pela teoria de Newton. Ele também dará um grande impulso à noção de campo através de sua equação

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.$$

---

<sup>2</sup> É neste trabalho que o uso da letra  $e$  para o número “cujo logaritmo hiperbólico é = 1” aparece pela primeira vez impressa [5, p.326].

Conjuntamente com os trabalhos de Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), Jean d'Alembert (1717-1783) e de Sir William Rowan Hamilton (1805-1865), a mecânica newtoniana podia ser deduzida a partir de um princípio variacional de ação mínima.

Explicando desde o movimento de um projétil até o movimento de planetas e cometas, a teoria da Mecânica newtoniana irá “reinar” absoluta como explicação científica até 1905. Um dos exemplos mais marcantes do poder de previsão da teoria de Newton, e um dos maiores triunfos da Astronomia Matemática, foi a descoberta do planeta Netuno. Várias tentativas ocorreram para se determinar a órbita de Urano, mesmo levando-se em conta as influências dos planetas Júpiter e Saturno. Isto levou vários astrônomos a acreditarem na existência de um outro planeta. Urbain Jean Joseph Le Verrier (1811-1877), após diversos cálculos e intenso trabalho, previu com precisão em que posição o suposto planeta se encontraria<sup>3</sup>.

### **A eletrodinâmica clássica**

A história do eletromagnetismo inicia-se com os primeiros registros por volta de 900 a.C. de que numa região da Grécia, conhecida por Magnésia, pedras negras atraíam pequenos pregos de ferro. Tales de Mileto (~624 - ~547 a.C.) descobre que, ao esfregar um bastão de resina fossilizada de nome “elektron” (conhecido hoje por âmbar) com um pedaço de pano, atraía pequenas partículas de madeira e penas. A explicação deste efeito permanecerá sem explicação por mais de 2000 anos.

William Gilbert (1540-1603) utiliza pela primeira vez num artigo sobre teoria do magnetismo o nome “eletricidade”. Ele também descobre que a Terra se comporta como um grande ímã, explicando desta maneira o funcionamento de uma bússola. Por volta de 1620, o italiano Niccolò Cabeo (1586-1650) descobre que a eletricidade possui comportamento de repulsão como também de atração. Em 1727, na Inglaterra, Stephen Gray (1666-1736) descobre que certas substâncias (metais) se comportavam diferentemente de outros (isolantes) em relação ao fenômeno elétrico. Ele mostra também que os objetos eletrificados têm sua carga distribuída na suas superfícies. Assim, ele dizia que os metais possuíam um fluido que caracterizava a condução da eletricidade, introduzindo a noção fundamental de condutibilidade. François du Fay (1698-1739) em 1739, na França, estabelece que eletricidade existiria em duas “formas”: a “resinosa” (hoje chamada de positiva) e a “vítrea” (hoje chamada de negativa).

Em 1746 na cidade holandesa de Leyden ocorre a primeira grande descoberta da eletricidade, que hoje chamamos de eletrostática. Pieter van Musschenbroek (1692-1761) descobre um método para armazenar os tais fluidos elétricos (cargas elétricas). Estes artefatos são hoje o que chamamos de capacitores ou condensadores e ficaram conhecidos como as garrafas de Leyden. Com estes dispositivos ficou possível dispor da eletricidade para experiências de forma muito mais eficiente, uma vez que esta só era até então obtida através da fricção.

John Mitchel (1724-1793), em 1750, enuncia que “a atração e repulsão de magnetos cai assim que o quadrado das distâncias entre os respectivos pólos aumenta”.

---

<sup>3</sup> Netuno foi encontrado a 52 minutos de graus da posição prevista por Le Verrier que era de 326° 32' de longitude verdadeira.

Em 1752, Benjamin Franklin (1706-1790), nos Estados Unidos da América, descobre que os relâmpagos atmosféricos eram fenômenos de descarga elétrica. Ele também propõe o Princípio da Conservação da Carga. Francis Ulrich Theodore Aepinus (1724-1802), em 1759, mostra que os efeitos elétricos são na verdade uma combinação do fluxo do fluido confinado na matéria e a ação à distância. Ele descobre também a obtenção de carga pela indução. Enquanto para a eletricidade existia um único fluido, o magnetismo possui dois fluidos magnéticos de nomes: “boreal” e “austral”. Franklin (1756) e Aepinus (1787) diziam que “a matéria elétrica é composta por partículas extremamente sutis que se repelem mutuamente mas são fortemente atraídas por qualquer outra matéria” [2].

Lagrange, em 1764, formula o Teorema da Divergência no estudo da gravitação, que posteriormente ficaria conhecido como a Lei de Gauss.

A partir de 1773, Henry Cavendish (1731-1810), na Inglaterra, realiza diversas experiências envolvendo a eletrostática, sendo estas publicadas apenas em 1879 por Lord Kelvin (1824-1907). Cavendish formula os conceitos de capacitância e resistência. Em 1780, Luigi Galvani (1737-1789), professor de medicina de nacionalidade italiana, descobre que a perna de um sapo morto contraía-se violentamente ao ser tocada por uma faca. Ele deduz então que os músculos do sapo devem conter eletricidade.

Os primeiros resultados quantitativos aparecerem em 1784 e 1789, com a invenção na França da balança de torção por Charles Augustin Coulomb (1736-1806). Coulomb não iria aceitar a teoria de um fluido de Aepinus e Franklin para a eletricidade. A partir de medidas feitas com esta balança, Coulomb observa [8, p.58]:

*“Não importa o que seja a causa da eletricidade, nós podemos explicar todos os fenômenos supondo que existem dois fluidos elétricos, partes de um mesmo fluido repelem-se umas às outras de acordo com o inverso do quadrado da distância, e atraem as partes de outro fluido na mesma lei do inverso quadrado”*

Analiticamente, se  $q_1$  e  $q_2$  denotam estas cargas e  $r$  a distância entre as mesmas, teremos que a magnitude da força  $F$  é dada por:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

A analogia com a força de atração entre massas da mecânica newtoniana é grande. Da mesma forma, a força  $F$  possui a mesma direção da linha que une os centros de carga e estes centros podem ser considerados como pontos onde as cargas estão concentradas, produzindo o mesmo efeito.

Por volta de 1800, o italiano Alessandro Volta (1745-1827) inventa a pilha voltaica. O estudo da corrente elétrica se torna mais sistemático, permitindo o desenvolvimento de várias experiências.

Em 1813, Laplace (1749-1827) mostra que na superfície de um condutor a força elétrica é perpendicular à superfície. No mesmo ano, Karl Friedrich Gauss (1777-1855) redescobre o Teorema da Divergência de Lagrange.

A confirmação da relação entre a eletricidade e o magnetismo ocorre somente no ano de 1819, quando o dinamarquês Hans Christian Ørsted (1777-1851) observou que as forças magnéticas, aquelas observadas com os ímãs permanentes, podiam ser “induzidas”

ou “produzidas” por uma corrente elétrica passando por um condutor. Ørsted colocou uma bússola magnética próxima a um condutor formando um circuito fechado com uma pilha de Volta e um interruptor. Ao ligar o interruptor, observou que ocorria um deslocamento angular da bússola que cessava logo após desligar o circuito. Tal experiência teve uma repercussão enorme. Além disso, esta experiência sugere uma relação entre o magnetismo e a eletricidade não constante, isto é, a força magnética resultante guarda uma relação com a derivada da corrente elétrica relativa ao tempo. Em 1820, semanas mais tarde da comunicação do resultado de Ørsted, o francês André Marie Ampère (1775-1836), mostra diversas experiências com efeitos magnéticos e elétricos. Ampère substitui o condutor do experimento de Ørsted por uma “bobina” (um fio enrolado várias vezes), amplificando o desta maneira o efeito magnético observado. Para Ampère a corrente elétrica no fio condutor era vista como pequenas porções do condutor carregadas que se movimentam ao longo do mesmo.

Para compreender melhor o fenômeno magnético como decorrente de um fenômeno elétrico, os franceses Jean-Baptiste Biot (1774-1862) e Félix Savart (1791-1841), substituem a bússola do experimento de Ørsted por um outro fio condutor e enunciam a lei que descreve a força magnética em um ponto a uma distância de um fio condutor [8, p. 82]:

*“ligue o ponto por uma perpendicular ao fio; a força neste ponto está em ângulo reto com esta linha e o fio, e sua intensidade é proporcional ao inverso da distância.”*

Ampère também iria concluir que [8,p.85]:

- 1º) o efeito da corrente é invertido quando a direção da corrente é invertida;*
- 2º) o efeito da corrente percorrendo um circuito contorcido em pequenas sinuosidades é a mesma se o circuito for plano;*
- 3º) a força exercida por um circuito fechado sobre um elemento de outro circuito está em ângulos retos com o último;*
- 4º) a força entre dois elementos de circuitos não é afetada quando todas as dimensões lineares do circuito são aumentadas proporcionalmente, as intensidades de correntes permanecem inalteradas.*

Voltado aos estudos de todos os possíveis efeitos que a corrente elétrica poderia produzir, Georg Simon Ohm (1787-1854), em 1826, mostrou que a corrente que flui num circuito não depende apenas do material que forma os condutores mas também da tensão da bateria que alimenta o circuito. Em 1822, Thomas Johann Seebeck (1770-1831) descobre o efeito termoelétrico. James Prescott Joule (1818-1889) mede em 1841 a quantidade de calor que uma corrente elétrica produz ao passar por um fio metálico. Fenômeno este que ficou conhecido por Efeito Joule.

Em 1831, o inglês Michael Faraday (1791-1862), um dos maiores físicos do século XIX, introduz o conceito de linha de força, que leva à noção de campo. O conceito de campo, elétrico e magnético, é uma explicação unificada para as experiências de Coloumb, Bio-Savart, Ampère e do próprio Faraday. O que Faraday mostrou experimentalmente é que sob certas condições imãs podiam produzir correntes elétricas. Isto o leva a um novo

conceito, o da indução. Faraday diz que o fluxo do *campo* magnético, quando varia com o tempo, *induz* uma corrente elétrica no circuito vizinho que é proporcional àquela variação. Faraday, no entanto, não possuía a formação matemática para formalizar em uma teoria quantitativa suas observações experimentais.

As experiências de Coulomb, Biot-Savart e Faraday constituíram as três grandes leis experimentais do Eletromagnetismo. Na realidade, a lei de Biot-Savart após as experiências de Ampère fornece duas equações. Estas quatro equações constituem a base teórica do Eletromagnetismo. No entanto, estas equações se mostram incompatíveis. A lei de Ampère supõe a corrente elétrica constante (caso estacionário) enquanto que a lei de Faraday supõe corrente elétrica variável (caso não-estacionário). Seguem-se as descobertas, em 1832 por Joseph Henry (1797-1878) do fenômeno de auto-indução, em 1834 da lei sobre o sentido da corrente induzida por Heinrich Lenz (1804-1865) e finalmente, em 1845, Franz Neumann (1798-1895) faz a formulação matemática da lei de Faraday.

Em 1864, o escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) introduz o conceito de corrente elétrica de deslocamento, compatibilizando desta maneira as quatro leis do Eletromagnetismo. São elas:

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

A primeira equação é a Lei de Coulomb ou Lei de Gauss para a eletricidade. A segunda equação é devido à não-existência de monopólos magnéticos. Esta é a Lei de Gauss para o magnetismo. A terceira equação é a Lei de Faraday e, por fim, a quarta e última equação é a Lei de Ampère-Maxwell. O vetor  $\vec{J}$  é a densidade de corrente,  $\rho$  a densidade de carga,  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$  são respectivamente a permeabilidade e a permissividade do vácuo. Maxwell então obtém um resultado novo. Tomando o rotacional da Lei de Faraday, verifica-se que o campo elétrico satisfaz a equação de onda, ou seja,

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \vec{E}) = \Delta \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

O mesmo se conclui a respeito do campo magnético a partir da Lei de Ampère-Maxwell. Mais ainda, como ondas ambos os campos se propagariam no vácuo com a velocidade da luz. Isto era uma indicação de que a luz seria um fenômeno eletromagnético. Neste momento, Maxwell obtém a unificação do Eletromagnetismo e Óptica.

Em 1888, Heinrich Hertz gerou em laboratório as ondas eletromagnéticas, constatando assim o que era previsto pelo trabalho de Maxwell.

### O problema da invariância das equações de Maxwell

Sob o ponto de vista da teoria mecanicista, sendo a luz um fenômeno ondulatório, nada mais natural supor do que a existência de um meio mecânico para a sua propagação. Este meio foi chamado de éter. A idéia do éter é anterior a Maxwell. Ela surge com Descartes que retira da luz qualquer propriedade material, mas exige a existência de um meio para se propagar. Descartes rejeitava a idéia da “ação a distância”. Para ele, tanto a luz quanto o calor eram transmitidos por contato intermediário e se propagavam por pressão do éter. O éter possuiria propriedades físicas um tanto quanto bizarras: deveria ser extremamente rígido para que a luz se propagasse e tênue o suficiente para que os corpos sólidos pudessem ser mover. Huygens enuncia seu princípio que diz que “cada ponto do éter atingido pela excitação luminosa pode ser considerado como o centro de uma nova onda esférica” [2]. Para Newton todo o espaço é permeado por um meio elástico que é capaz de propagar vibrações a grandes velocidades. Euler antecipa os resultados de Maxwell, afirmando que a fonte de todos os fenômenos elétricos é o mesmo éter no qual a luz se propaga. Jules-Henry Poincaré (1854-1912) argumentava que “sabemos bem de onde nos vem a crença no éter. Se a luz leva vários anos para chegar de uma estrela distante até nós, durante esse período de tempo ela não mais estará na estrela e não estará, ainda, na Terra. Mas terá que estar em algum lugar e sustentada, por assim dizer, por algum suporte material” [9, p.132].

Sob o ponto de vista matemático, o éter era o referencial inercial absoluto do eletromagnetismo. Provar a existência do éter era demonstrar a existência deste referencial inercial.

O princípio da relatividade de Galileu nos diz que as leis da Mecânica serão válidas em todos os referenciais que estejam em movimento retilíneo uniforme, um em relação ao outro. Isto quer dizer que observadores que se movem em uma reta com velocidade constante observam as mesmas leis da Mecânica que no caso de estarem parados. O Princípio da relatividade “traduz a vontade de encontrar uma imagem do mundo que seja independente da situação dos diversos observadores” [10]. Este fato não é verdade para o eletromagnetismo. Sendo a luz um fenômeno eletromagnético, ela nada mais é do que a oscilação de dois campos perpendiculares entre si, o elétrico e o magnético. Ao nos movermos a uma velocidade próxima da luz e então observarmos um feixe de luz, teremos que o caráter oscilatório da luz deixará de existir. Este fato nega o princípio da relatividade, quando aplicado a leis do eletromagnetismo. Desta maneira, as equações de Maxwell não são compatíveis com os referenciais inerciais da Mecânica newtoniana.

Em termos matemáticos os referenciais inerciais se relacionam pelas transformações

$$x' = Ax - vt + b$$

$$t' = \alpha t + \beta$$

sendo  $x'$  e  $x$  os vetores posição nos referenciais  $O'$  e  $O$  respectivamente.  $A$  é uma matriz ortogonal e  $v =$  constante a velocidade com que o referencial  $O'$  se move em relação ao

referencial  $O$ .  $t'$  e  $t$  são tempos absolutos. Estas transformações formam um grupo conhecido pelo grupo das transformações de Galileu. É fácil verificar que as leis de Newton permanecem invariantes sobre as transformações de Galileu. O mesmo não ocorre quando estudamos a invariância das equações de Maxwell sob a ação do grupo de Galileu. Em outras palavras, a equação de onda não tem sua forma analítica invariante sob as transformações de Galileu. Este fato constituiu um dos grandes problemas da Física no início do século XX – o problema da invariância das Equações de Maxwell.

### **Einstein e a eletrodinâmica dos corpos em movimento**

Einstein se ateu mais à questão física do problema da invariância das equações de Maxwell. Como podemos ver no início de seu artigo “*Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*”<sup>4</sup> de 1905:

*É sabido que a eletrodinâmica de Maxwell - como compreendida atualmente -, quando aplicada a corpos em movimento, leva a assimetrias que não parecem ser inerentes aos fenômenos.*

Em seguida, Einstein passa a descrever o fenômeno de uma espira num campo magnético<sup>5</sup>.

*... Consideremos por exemplo a ação eletrodinâmica recíproca entre um ímã e um condutor. O fenômeno observável aqui depende somente do movimento relativo do condutor e do ímã, ao passo que a visão usual distingue claramente os dois casos no qual um ou outro corpo está em movimento. De fato, se o ímã está em movimento e o condutor em repouso, surgirá um campo elétrico nas imediações do ímã, com uma certa quantidade de energia bem definida, produzindo correntes nos pontos em que há porções do condutor. Mas se o ímã estiver em repouso e o condutor em movimento, nenhum campo elétrico é produzido próximo ao ímã. No condutor, porém, encontraremos uma força eletromotriz, à qual não corresponde nenhuma energia, mas que dá origem - supondo a igualdade dos movimentos relativos nos dois casos discutidos - a correntes elétricas com o mesmo percurso e intensidade que aquelas produzidas pela força elétrica no caso anterior.*

Basicamente, Einstein argumenta que, ao supormos o sistema de referência colocado no condutor, surge uma força eletromotriz que é responsável pela existência da corrente na espira. Isto é devido a um campo elétrico. Considerando agora o caso em que o referencial se encontra fixo no campo magnético, a força eletromotriz é devido ao movimento e deflexão lateral de cargas quando estas atravessam um campo magnético. Para um mesmo fenômeno, temos interpretações distintas. A este fato é que Einstein chama de assimetrias. Sua maior motivação está em obter “*uma teoria simples e consistente da*

---

<sup>4</sup> EINSTEIN, Albert. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. Annalen der Physik, 17, 891-921, 1905. Uma tradução para o português encontra-se em [11]

<sup>5</sup> Ver maiores detalhes deste problema em HALLIDAY, David & RESNICK, Robert. Física II – Volume 1. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979. p.262-264

*eletrodinâmica de corpos em movimento baseada na teoria de Maxwell para corpos em repouso*". Einstein necessita de um conjunto de princípios, ou axiomas, no qual a sua teoria deve se apoiar. Inicialmente, a respeito da existência do éter, ele diz:

*... Exemplos deste tipo, junto com tentativas mal sucedidas em descobrir qualquer movimento da Terra relativo ao "meio luminoso" (Lichtmedium), sugerem que os fenômenos eletrodinâmicos, assim como os mecânicos, não possuem nenhuma propriedade relativa à idéia de repouso absoluto.*

Em sua formulação, o éter, o referencial inercial do Eletromagnetismo, não é mais necessário. Muito se discute a respeito de Einstein ter ou não conhecimento das experiências de Michelson-Morley para determinar a existência do éter. Einstein diz [3, p. 51]:

*"... Sobre meu próprio trabalho, o resultado de Michelson não exerceu influência ponderável. Nem mesmo recordo se o conhecia quando escrevi, pela primeira vez, sobre o primeiro assunto (1905). A razão reside em que eu estava, por motivo de ordem geral, firmemente convencido de que o movimento absoluto não existe e meu problema se resumia em saber como conciliar esse ponto com o conhecimento que temos da eletrodinâmica. Entende-se, assim, porque, em minha obra pessoal, não coube papel ou, pelo menos, papel decisivo ao experimento de Michelson. [Houton, G. "Einstein and the 'Crucial Experiment'", p. 969]*

Em seguida, Einstein enuncia o seu primeiro postulado:

*Ao contrário, eles sugerem que, como já foi mostrado em primeira aproximação, as leis da eletrodinâmica e da óptica são válidas em todos os sistemas referenciais para os quais as leis da mecânica são válidas. Nós vamos elevar esta conjectura (cujo conteúdo será chamado de agora em diante de "princípio da relatividade") à categoria de postulado.*

Einstein estende o Princípio da Relatividade de Galileu, antes aplicado apenas à Mecânica, ao Eletromagnetismo e à Óptica. Na Relatividade Geral, Einstein irá generalizar este princípio a todas leis da natureza. Com este princípio, as *equações* de Maxwell assumem, em conjunto com as leis de movimento da Mecânica, o caráter de *leis da Física*.

Einstein então enuncia o seu segundo postulado:

*... também vamos introduzir outro postulado, o qual é apenas aparentemente contraditório com o anterior, que a luz sempre se propaga com a mesma velocidade  $c$  no vácuo, a qual é independente do movimento da fonte.*

e conclui afirmando que:

*A teoria a ser desenvolvida é baseada - como toda a eletrodinâmica - na cinemática do corpo rígido, visto que todas as proposições de uma teoria deste tipo têm a ver com relações entre corpos rígidos (sistemas de coordenadas), relógios e processos eletromagnéticos. Pouca atenção a estes aspectos é a raiz das dificuldades na qual a eletrodinâmica dos corpos em movimento se encontra presentemente.*

Estes dois postulados irão permitir a Einstein derivar as transformações entre referenciais. Estas transformações já tinham sido anteriormente obtidas por Hendrik Antoon Lorentz (1833-1928) que mostrava a invariância das equações do eletromagnetismo e são dadas por

$$\begin{aligned}x' &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (x - vt) \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left( t - \frac{v}{c^2} x \right)\end{aligned}$$

No entanto, Lorentz mantinha os conceitos de espaço e tempo absolutos pois estas transformações pareciam não ser nada além de um recurso matemático. A grande dificuldade para compreender estas transformações era que o tempo deixava de ser absoluto. Este dependia do movimento do observador. O tempo era relativo. Einstein necessita discutir conceitos primitivos da física: a simultaneidade, o tempo e o comprimento, reformulando-os segundo seus dois postulados. Ainda em 1905, num suplemento publicado no *Annalen der Physik – Depende a inércia de um corpo da energia nele contida?* – mostra a equivalência de massa e energia.

### **Conclusão**

Para a Física, as contribuições de Einstein foram fundamentais, podendo ser considerado tão importante quanto Newton. No entanto, Newton superou Einstein em suas contribuições para os fundamentos da Matemática. Em termos matemáticos, a teoria da Relatividade Especial necessita não mais que uma compreensão de equações diferenciais parciais e de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem.

A genialidade e inovação das idéias de Einstein talvez estejam em buscar a compreensão destes princípios e de suas conseqüências para a Física. Os anos que seguiram levaram à geometrização e à integração do espaço e tempo por Hermann Minkowski (1864-1909) e culminaram com Teoria da Relatividade Geral por Einstein em sua formulação final em 1916.

### Agradecimentos

Ao Dr. Giancarlo Queiroz Pellegrino pelas sugestões e correções na primeira versão deste trabalho.

### Bibliografia

- [1] RINDLER, Wolfgang. *Essential Relativity – Special, General and Cosmological*. 2a Edition, New York: Springer-Verlag, 1986.
- [2] GIBERT, Armando. *Origens históricas da Física Moderna – Introdução abreviada*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1982.
- [3] BERNSTEIN, Jeremy. *As idéias de Einstein*, São Paulo: Cultrix, 2a Edição, 1980.
- [4] WHITROW, G.J. *O que é tempo?: uma visão clássica sobre a natureza do tempo*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2005.
- [5] BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974.
- [6] LOSEE, John. *Introdução histórica à filosofia da ciência*. São Paulo: Editora Universidade de São Paulo, 1979.
- [7] NEWTON, Issac. *Princípios matemáticos da filosofia natural*. In: Galileu-Newton. Coleção Os Pensadores. São Paulo: Nova Cultural, 1987.
- [8] WHITTAKER, Edmund. *A history of the theories of Aether and Electricity: The Classical Theories*. London: Thomas Nelson and Sons Ltd, 1951.
- [9] POINCARÉ, Jules-Henry. *A ciência e a hipótese*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.
- [10] THUILLIER, Pierre. *De Arquimedes a Einstein – A face oculta da invenção científica*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor Ltda, 1994.
- [11] LORENTZ, Hendrik Antoon, EINSTEIN, Albert, MINKOWSKI, Hermann e outros. *O Princípio da Relatividade – Volume I*, 3ª Edição, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1983.
- [12] CROPPER, William H.. *Great Physicists – The life and times of leading physicists from Galileo to Hawking*. Oxford: Oxford University Press, Inc, 2001.
- [13] GUILLEN, Michael. *Cinco equações que mudaram o mundo*. Lisboa: Gradiva, 1995, p. 202.
- [14] HAWKING, Stephen. *Os gênios da ciência: sobre os ombros de gigantes*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.
- [15] RON, José Manuel Sánchez. *Einstein, la relatividad y las matemáticas*. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española. Vol. 7, Número 1, 2004.

<p><b>Wladimir Seixas</b> Departamento de Matemática Instituto de Geociências e Ciências Exatas Unesp – Rio Claro <b>E-mail:</b> seixas@rc.unesp.br</p>
---