

UMA RESENHA DA OBRA DE LUIS ADAUTO MEDEIROS

Clovis Pereira da Silva
Universidade Federal do Paraná – UFPR – Brasil

(aceito para publicação em abril de 2018)

Resumo

Neste artigo homenageamos o insigne matemático brasileiro, prof. dr. Luis Aduino Medeiros, nosso contemporâneo. No texto abordamos, na forma de uma resenha panorâmica, além de algumas das pesquisas científicas do homenageado, sua decisiva contribuição e dedicação para a estruturação, manutenção e desenvolvimento do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, uma das melhores instituições de ensino superior em Matemática do Brasil. Como objetivo subjacente, desejamos contribuir, de modo modesto, para a recuperação de uma parte da memória do saber nacional, isto é, a História da Matemática no Brasil.

Palavras-chave: Luis Aduino Medeiros; matemática no Brasil; análise matemática; EDP.

[A REVIEW OF THE WORK BY LUIS ADAUTO MEDEIROS]

Abstract

In this article we pay homage to the distinguished Brazilian mathematician, prof. dr. Luis Aduino Medeiros, our contemporary. In the text we approach, in the form of a panoramic review, in addition to some of the scientific research of the honoree, his decisive contribution and dedication to the structuring, maintenance and development of the Institute of Mathematics of the Federal University of Rio de Janeiro - UFRJ, one of the excellent institutions of higher education in mathematics from Brazil. As an underlying objective, we wish to contribute, modestly, to the recovery of a part of the memory of national knowledge, that is, the history of mathematics in Brazil.

Keywords: Luis Aduino Medeiros; Mathematics in Brazil; Math analysis; PDE.

Introdução

O objetivo deste artigo é homenagear um dos mais importantes matemáticos brasileiros contemporâneos, o Prof. Dr. Luis Adauto Medeiros que é uma referência para a comunidade universitária do país e, em particular, para a comunidade matemática brasileira. Assim fazendo possamos contribuir para a recuperação da memória do saber matemático nacional. O cientista que homenageamos contribuiu e, continua contribuindo, não só com suas pesquisas, publicações, ensino, palestras, orientações, livros, amizade e elegância no trato com pessoas, mas também influenciou a parte administrativa, para a estruturação, manutenção, consolidação e desenvolvimento de uma das mais destacadas unidades da UFRJ, o seu Instituto de Matemática, que tem formado diversas gerações de matemáticos brasileiros e estrangeiros. O IM/UFRJ tem dado forte contribuição para a formação da comunidade matemática brasileira e da América Latina; em especial para a criação e consolidação de linhas de pesquisa em algumas especialidades da Análise Matemática e, em outras subáreas da Matemática Pura e Aplicada, bem como na Física Matemática e na Ciência da Computação.

Luis Adauto Medeiros participou do período de efervescência criativa de formação da comunidade matemática brasileira e, de formação do ambiente universitário nacional, trabalhando no silêncio de seu gabinete, em sua residência, orientando seus discípulos e, travando também alguns combates silenciosos e outros não silenciosos, em reuniões científicas e administrativas. Luis Adauto Medeiros, enquanto esteve oficialmente na ativa da vida acadêmica deu valiosas contribuições administrativas, por exemplo, na fase em que os gestores do sistema universitário brasileiro construíam grades curriculares e programas de disciplinas, para os cursos de graduação e de pós-graduação em Matemática.

Considerações Gerais

Luis Adauto Medeiros é um especialista em subáreas da Análise Matemática, chamadas de Análise Funcional, Equações Diferenciais Parciais e em outra da Física Matemática, chamada de Mecânica do Contínuo. Atualmente está aposentado oficialmente, mas continua trabalhando no IM. Ele trabalhou no Brasil, a partir de 1952, a convite do Prof. José Abdelhay então regente da Cátedra de Análise Matemática e Superior, como professor Auxiliar de Ensino, na Cátedra de Análise Matemática e Análise Superior, do Departamento de Matemática da Faculdade Nacional de Filosofia - FNFfi, da Universidade do Brasil, atual UFRJ, instituição na qual se graduou em Matemática. Trabalhou também no Departamento de Matemática do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF, em seus primórdios e, no IMPA, em sua fase inicial como estagiário de Leopoldo Nachbin. A convite de Leopoldo Nachin, Luis Adauto Medeiros trabalhou ocasionalmente, no Departamento de Matemática da UnB, reorganizando disciplinas, programas e ministrando aulas naquela unidade, nos conturbados anos pós 1964.

No exterior, ele esteve a partir de setembro de 1962, na *Yale University, USA*, onde trabalhou, durante dois anos, com o analista Felix E. Browder para desenvolver um projeto para obtenção de seu doutorado. Após esse período, ele passou um ano de estudos na *University of Chicago*, trabalhando também com Felix E. Browder. Para realizar esses estudos nos Estados Unidos da América, Luis Adauto Medeiros foi apoiado por Leopoldo

Nachbin. Na *Yale University*, segundo relato do homenageado, nas aulas do curso sobre Equações Diferenciais Parciais, ministradas por Felix E. Browder, que ao fazer uma revisão da teoria das distribuições e, em seguida definir os Espaços de Sobolev, foi que Luis Aداuto Medeiros fez os primeiros contatos com os Espaços de Sobolev. Em seguida, Felix E. Browder iniciou os estudos de problemas elíticos sob uma forma muito geral. No ano de 1963, em pleno período da chamada Guerra Fria, o matemático soviético Sergei L. Sobolev proferiu, a convite, uma conferência no Departamento de Matemática da *Yale University*, que foi assistida também por Luis Aداuto Medeiros.

Ao concluir o período de estudos e pesquisas com Felix E. Browder, Luis Aداuto Medeiros escreveu a tese de doutorado intitulada: *Equação Não Linear de Onda, com Coeficientes Variando com o Tempo, em Espaços de Hilbert*, que foi defendida em 1965 no IMPA, tendo como orientador 1, Felix E. Browder¹ e, como orientador 2, Leopoldo Nachbin. Subárea: Análise Matemática, EDP.

A tese contém diversos resultados importantes sobre equações de evolução não lineares em dimensão infinita, e que foram publicados na forma de um artigo intitulado *The initial value problem for nonlinear wave equations in Hilbert space*. Para detalhes técnicos, (MEDEIROS, 1969).

Na introdução desse artigo assim se expressou Luis Aداuto Medeiros:

“The primary purpose of this paper is to generalize Browder's results contained in [1], to the case of wave equations with time variable coefficients. The origin of this problem may be presented as follows. In the applications of mathematical methods to physics, one is often concerned with the study of nonlinear partial differential equations, for example, the Klein-Gordon equation

$$(1) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u + \mu^2 u + \eta^2 u^3 = 0$$

where μ, η are constants and Δ is the Laplace operator.

K. Jörgens in Math. Z. 77 (1961), 295-308, has studied the Cauchy initial value problem for equations of the form

$$(2) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u + F'(|u|^2)u = 0$$

which are generalizations of (1), where F is a numerical function with derivative F' . Jörgens used concrete analytical methods in order to obtain his results.

Browder in [1], has given the proof of the solvability of the Cauchy initial value

problem for a class of operator differential equations in an abstract Hilbert space, which contains the equation (2) as a particular case. Following is a summary of Browder's ideas contained in [1]. Given a Hilbert space H , let A be a selfadjoint and positive semibounded operator with domain $D(A)$, dense in H , and range in H and $M(u)$ be a nonnecessarily linear mapping from $D(A^{1/2})$ into H satisfying certain

¹ Felix E. Browder faleceu em 10 de dezembro de 2016.

conditions (cf. [1, conditions I, II, III, IV]). Let us consider the vector functions $u:R \rightarrow D(A)$, where R is the field of real numbers, twice strongly continuously differentiable in H and the operator differential equations:

$$(3) \quad \frac{d^2 u}{dt^2} + Au + M(u) = 0$$

The equations (3) are taken as the model for our study. The unique novelty, in

this step of our research, is the perturbation that shall be introduced in the coefficients of (3), i.e., we shall consider equations of the form

$$(4) \quad \frac{d^2 u}{dt^2} + A(t)u + M(u) = 0,$$

where $A(t)$ is a family of operators with domain and range in H and for technical reasons, we shall assume $M(u)$ is a map from $D(A(\mathbf{0})^{1/2})$ into $D(A(\mathbf{0})^{1/2})$. The method used by Browder, cannot be adapted naturally to the case of equations (4). Instead, by a convenient change of variable, the Cauchy problem for (4) shall be transformed in a nonlinear first order system (cf. §5, (20) and (21)), and the latter system can be considered as a nonlinear first order equation (cf. §5 (24) and (25)), in the Hilbert space $H \cdot$ which is the direct sum of H with H . To solve the nonlinear Cauchy problem, we have used the Kato's results, (cf. [6]) and the Picard-Banach fixed point theorem. [...]

I take this opportunity, to express my appreciation to Professor Felix E. Browder, who proposed this question to me, for his assistance and valuable suggestions during the period of research on the problem.

To Professor Leopoldo Nachbin, I express my personal gratitude for his constant assistance and encouragement, particularly when I was research assistant at the Institute for Pure and Applied Mathematics (Rio de Janeiro, Brasil), during the years 1959-1961.

I would also like to express my appreciation to Professor Frank J. Hahn, for his many discussions with me on the subject, when I was at Yale University during the years 1962-1964."

O interesse de Luis Aduato Medeiros por Espaços de Sobolev e várias aplicações, o levou a conhecer o livro do matemático francês Jacques-Louis Lions, intitulado *Problèmes aux Limites dans les Equations aux Derivées Partielles*, ver (LIONS, 1965). A partir desse livro ele passou a ministrar, no final dos anos de 1960, no Departamento de Matemática do CBPF, um seminário sobre Espaços de Sobolev e suas aplicações às Equações Diferenciais Parciais. Este seminário foi posteriormente estendido como uma das atividades de pós-graduação no IM/UFRJ.

O IM/UB, depois IM/UFRJ foi criado, como junção do Departamento de Matemática da FNFi, da UB e pelo Departamento de Matemática da Escola Nacional de Engenharia - ENE, da UB, pela resolução nº 22, do Conselho Universitário da Universidade

do Brasil, em 19 de março de 1964 e, foi mantido pelo Decreto nº 60455-A, de 13 de março de 1967, que aprovou o Plano de Reestruturação da UFRJ, antes Universidade do Brasil. Ao ser fixado no IM/UFRJ, no início dos anos de 1970, logo após a implantação da reforma da universidade brasileira feita pelo governo federal, Luis Adauto Medeiros, em conjunto com G. M. de La Penha, então Diretor *Pró Tempore* do IM/UFRJ, estruturou esta unidade que, acolheu em sua plenitude, o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Matemática que pertencia e funcionava na COPPE² da UFRJ. O IM/UFRJ foi estruturado com quatro Departamentos: Matemática Pura, Métodos Matemáticos, Métodos Estatísticos e Ciência da Computação.

Depois, Luis Adauto Medeiros organizou e criou no IM/UFRJ, com a cooperação de ex-alunos, um grupo de pesquisa que passou a trabalhar na formação de recursos humanos qualificados em Equações Diferenciais Parciais, Mecânica do Contínuo e Espaços de Sobolev. Nesta época ele organizou com a ajuda de um de seus ex-alunos, Pedro H. Rivera um texto introdutório ao livro do matemático francês acima citado. Este texto tinha por objetivo facilitar aos alunos de pós-graduação do IM/UFRJ o estudo do livro do matemático francês já mencionado.

No dia 27 de agosto de 1971 a Congregação da UFRJ nomeou Luis Adauto Medeiros para ocupar o cargo, recém-criado, de Diretor Adjunto para Graduação e Pesquisa do IM. Em 21 de dezembro de 1971 a Congregação do IM aprovou a criação do Conselho de Coordenadores dos Programas de Pós-Graduação do IM; nesta oportunidade Luis Adauto Medeiros foi indicado e aprovado para ocupar a função de Coordenador desse Conselho.

Em seu profícuo trabalho administrativo e, com o objetivo de consolidar e desenvolver a pesquisa científica no IM/UFRJ, e também fortalecer os grupos de pesquisa recém-criados, Luis Adauto Medeiros buscou e obteve o apoio científico de vários matemáticos de diversos países, como: Estados Unidos da América, França, Japão, Itália, Rússia (então União Soviética), Israel, dentre os quais destacamos: Felix E. Browder, Jacques-Louis Lions, Haim Brézis, Y. Ebihara, A. Pazy, G. Duvaut, N. Larkin, W. Strauss, Klaus Floret. Organizou e implementou no IM, Programas Anuais de Professores Visitantes.

Ele também estimulou, organizou e realizou vários eventos científicos nacionais e internacionais no IM/UFRJ, dentre os quais destacamos os seguintes: o que foi realizado em agosto de 1972, intitulado *Colloquium of Analysis*, que foi coordenado por Mario de Carvalho Matos; os Anais desse evento científico foram publicados com o título *Analyse Fonctionnelle et Applications*, por Leopoldo Nachbin, Editora Hermann, Paris, 1975. Para este evento científico, Luis Adauto Medeiros convidou o matemático francês J. L. Lions que, proferiu várias conferências. Nesse período ele e Leopoldo Nachbin organizaram um plano de trabalho para que os pesquisadores da escola de J. L. Lions pudessem visitar o IM/UFRJ. A presença desses pesquisadores seria de grande importância para o desenvolvimento do programa em Análise, Mecânica e Equações Diferenciais Parciais do IM. Assim, Luis Adauto Medeiros propôs a J. L. Lions realizar no IM um colóquio internacional em EDP. Como efeito desse plano de trabalho foi realizado em agosto de

² COPPE – Instituto Alberto Luiz de Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia da UFRJ.

1977, o evento científico intitulado *Simpósio Internacional em Mecânica do Contínuo e Equações Diferenciais Parciais*. Os Anais desse evento foram publicados, por G. M. de La Penha e L. A. Medeiros, na North Holland, com o título: *Contemporary Developments in Continuum Mechanics and Partial Differential Equations*. Para sua leitura, ver (DE LA PENHA, MEDEIROS, 2000). Este evento científico foi proposto e organizado por Luis Aduato Medeiros que contou com a participação efetiva de J. L. Lions. Assim se expressou Luis Aduato Medeiros a respeito desse Simpósio, (MEDEIROS, 2010, p.55):

“During that meeting, Lions delivered several lectures on various models arising in Mathematical-Physics and, among others, he discussed about the nonlinear Kirchoff’s equation for the small vibrations of elastic bodies (cf [14], pp.246-284) [...] In his lectures, Lions reformulated the problem, being inspired on its physical interpretation, and treated it by this own methodology. That symposium opened a large field or research topics and activities.”

Estimulados por Luis Aduato Medeiros, e após a realização desse Simpósio, vários professores e alunos de pós-graduação do IM foram enviados para a França, para trabalharem, na forma de estágio, com membros da escola de J. L. Lions.

Jacques - Louis Lions retornou ao IM/UFRJ por várias vezes, por exemplo, em 1980, sempre a convite de Luis Aduato Medeiros, onde fez conferências. Este matemático francês exerceu forte influência na formação de diversos jovens matemáticos brasileiros, (MEDEIROS, 2010, p.47-65). Estimulado por Luis Aduato Medeiros, após 1980, Rivera Rodriguez foi a Paris, onde no *Collège de France* desenvolveu atividades de pesquisa, na forma de um estágio, com J. L. Lions *sobre controle de Sistemas Singulares*. Em dezembro de 1982, J. L. Lions escreveu para Luis Aduato Medeiros informando que estava muito satisfeito como o trabalho desenvolvido por Rivera Rodriguez.

No período que vai do final de 1990 ao início de 1991, Luis Aduato Medeiros assistiu a um curso no *Collège de France*, Paris, que foi ministrado por J. L. Lions sobre *Sentinels*; um método introduzido por Lions para tratar problemas de EDP com dados incompletos. Este tópico tornou-se, posteriormente, de grande interesse para estudos do grupo de pesquisas do IM/UFRJ.

O contato de Luis Aduato Medeiros com J. L. Lions foi extremamente valioso para o Brasil, em especial para o IM/UFRJ, pois abriu a possibilidade para que diversos outros matemáticos viessem, como Professores Visitantes ao IM. Dentre esses citamos: Jean Pierre Puel; Otared Kavian; Roger Ternam; Enrique Zuazua. No plano institucional, Luis Aduato Medeiros apresentou J. L. Lions aos Diretores do IMPA e do LNCC.

Posteriormente, L. A. Medeiros organizou uma visita de J. L. Lions à UnB, ao IME/USP e ao IMPA. A influência científica de J. L. Lions para a formação de grande parte da comunidade matemática brasileira foi muito forte. Diversos matemáticos que trabalham atualmente em instituições sediadas no eixo São Paulo - Rio de Janeiro - Brasília devem suas ascensões científicas ao prestígio do matemático francês que foi Presidente da *International Mathematical Union*. J. L. Lions faleceu, em Paris, em 17 de maio de 2001.

Desde 1979 ele foi membro da Academia Brasileira de Ciências – ABC. A forte e profícua amizade entre J. L. Lions e L.A. Medeiros durou 36 anos.

Por iniciativa de Luis Adauto Medeiros, que ao observar a carência de bons textos em Matemática escritos em língua portuguesa, foi iniciado o programa Editorial do IM/UFRJ que visava o preenchimento dessa lacuna. A partir de 1971 foi lançada a série intitulada *Memórias da Matemática*. A partir de 1972 foi iniciada, a coleção intitulada *Textos de Métodos Matemáticos*. Vários livros dessa coleção foram editados nos anos seguintes. Por exemplo, o livro nº 9, dessa coleção foi publicado em 1975, com o título de *Espaços de Sobolev e Equações Diferenciais Parciais*, de autoria de L. A. Medeiros e P. H. Rivera. Uma nova edição desse livro foi publicada no ano de 2000, por L.A. Medeiros e M. Milla Miranda, focalizando, além dos espaços de Sobolev, uma introdução aos problemas elípticos não homogêneos.

No Prefácio da 1ª Edição desse livro, assim se expressaram os autores:

*“A ideia de escrever este texto surgiu-nos quando em 1970 iniciamos um seminário sobre espaços de Sobolev e equações diferenciais parciais, realizado no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, na esperança de despertar a atenção de algum estudante para o aspecto das equações diferenciais parciais formulado em termos desses espaços. Aquele seminário continuou no Instituto de Matemática da UFRJ, estimulado e fortalecido pela inclusão de novos participantes. O plano de trabalho teve como base os textos [7] e [8] do Professor J.L. Lions, complementado com alguns trabalhos mencionados nas bibliografias dos mesmos. Posteriormente, foram incluídas no Curso de Pós-Graduação do IM-UFRJ, certas disciplinas fundamentadas nos espaços de Sobolev, para as quais este texto se adapta consideravelmente [...].
Rio de Janeiro, agosto de 1975
L. A. Medeiros; P.H. Rivera”*

Após a obtenção do doutorado, Luis Adauto Medeiros viajou para Paris, France, em 1971, para fazer estágio de pós-doutorado, com Jacques-Louis Lions, no *Laboratoire d'Analyse Numérique de l'Université de Paris VI*. Para este estágio ele obteve uma bolsa de estudos do governo francês³, e o apoio científico dos matemáticos Laurent Schwartz⁴ e Leopoldo Nachbin.

Em 1987, Luis Adauto Medeiros foi agraciado com o título de Professor Honorário da *Universidad Nacional Mayor de San Marcos*, Lima, Perú; e em 2003, ele recebeu o título de Doutor Honoris Causa, da mesma universidade, “*por su notable contribución a la integración de los matemáticos latinoamericanos y en reconocimiento al permanente apoyo*”

³ Os primeiros contatos de Luis Adauto Medeiros com Jacques-Louis Lions ocorreram em 1965, quando ele estava trabalhando em sua tese com Felix E. Browder, na Yale University. Em 26 de outubro de 1965, J. L. Lions escreveu para L. A. Medeiros solicitando o seguintes: “*Browder showed me a preprint of your paper on nonlinear wave equations. Could you kindly send me a copy of it, if available? [...]*”

⁴ L. Schwartz recebeu, em 1950, o prestigiado Prêmio Medalha Fields.

a la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos”. (MEDEIROS, 2011, p. 15).

No mesmo ano de 2003, ele recebeu o título de Professor Honorário da *Universidad Nacional del Callao*, em Lima, Perú. Em agosto de 1997, Luis Adao Medeiros recebeu o título de Professor Emérito da UFRJ. Em 1999, ele foi agraciado com o *The Prize of the Tenth International Colloquio of Differential Equations*, realizado em Sofia, Bulgária. Em 2009, ele recebeu o título de Doutor Honoris Causa, da Universidade Estadual de Maringá – UEM.

Em 20 de julho de 2006, foi realizado na UFPA, o *International Meeting on Differential Equations*. Este evento científico foi dedicado a Luis Adao Medeiros, na ocasião da celebração de seus 80 anos de idade, (CORRÊA, 2007).

Desde 1977 Luis Adao Medeiros é Membro Associado da Academia Brasileira de Ciências – ABC. Enquanto esteve na ativa oficial da vida acadêmica, Luis Adao Medeiros trabalhou e produziu diversos artigos de pesquisa, 92 artigos, publicados em várias revistas de circulação internacional, nas áreas seguintes: Equações Diferenciais Parciais não Lineares e em Controlabilidade de Certos Problemas da Física Matemática (Mecânica do Contínuo). Publicou também 17 livros e 30 trabalhos completos; estes foram publicados em Anais de Congressos Científicos. Luis Adao Medeiros orientou 22 dissertações de Mestrado e orientou 30 teses de Doutorado.

No IM/UFRJ ele organizou, apoiou e realizou várias reuniões científicas, bem como Programas Anuais de Professores Visitantes, cujo objetivo no início era fortalecer áreas de pesquisa a serem criadas e desenvolvidas nesta unidade. Nessa fase do IM, outra de suas atividades foi detectar alunos talentosos para incentivá-los a estudar matemática, selecionando-os e enviando-os para realizar o doutorado em excelentes universidades do exterior e do país. São dessa época os seguintes alunos que foram selecionados e encaminhados para o doutorado, no Brasil e no exterior, por Luis Adao Medeiros: Adilson Gonçalves, Manuel Milla Miranda, Marcos Antonio Raupp, Carlos Antonio de Moura, Beatriz Rocha Pereira das Neves, Gustavo Perla Menzala, Felipe Acker, Flavio Dickstein, Rolci Cipoletti. Vários desses alunos, ao completarem seus doutorados ingressaram no corpo docente do IM/UFRJ.

Outro *paper* que destacamos em nosso sumário sobre o homenageado é o seguinte, que foi dedicado ao matemático francês Jacques-Louis Lions, *On Wave Equations Without Global a Priori Estimates*, ver (MEDEIROS; LIMMACO; FROTA, 2012). Neste *paper*, assim se expressam os autores:

In this paper we investigate the problem (1.3) but with nonlinearity of the type $|u|^\rho$, $\rho > 1$, after a remark of N.A. Larkin, UEM, Paraná-Brasil, personal communication.

Therefore, we plan, in this paper, to investigate the initial boundary value problem:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \partial_t^2 u / \partial t^2 - \Delta u + |u|^\rho &= f \text{ in } Q, \rho > 1; \\ u &= 0 \text{ on } \Sigma; \end{aligned}$$

$$u(x,0) = u_0(x) , \partial u / \partial t(x,0) = u_1(x) \text{ for } x \in \Omega .$$

This problem with acoustic boundary conditions on a part of Σ and the dissipative term $\beta u'$ in the equation (1.4)₁, was investigated by G. Antunes et al [1].

In Section 2 we prove the existence and uniqueness of local weak solution for (1.4), that is, the solution is defined only for $0 \leq t \leq T_0$, T_0 fixed. In Section 3 with a restriction on the size of u_0 , u_1 and f , we prove the existence of global weak solution for (1.4), that is, the solution is defined for all $0 \leq t < \infty$. In both cases we must have $1 < \rho < \frac{n}{n-2}$ if $n \geq 3$ and $\rho > 1$ if $n = 1,2$. We also can prove uniqueness of weak solutions as in J.L. Lions [10] [...].”

Nesta nossa homenagem ao prof. dr. Luis Aduato Medeiros, destacamos ainda dois de seus livros publicados que são: *Métodos Clássicos em Equações Diferenciais Parciais*, livro que se completa a outro livro citado em (MEDEIROS, ANDRADE, 1973) e *A Integral de Lebesgue*. A 6ª Edição desse livro foi dedicada à memória do Prof. Alvércio Moreira Gomes. No Prefácio do texto, que foi da 4ª Edição do mesmo, assim se expressou o homenageado.

“PREFÁCIO DA 4ª EDIÇÃO

O presente texto vem sendo adotado na disciplina “Integral de Lebesgue”, ministrada no primeiro semestre da Pós-Graduação do Instituto de Matemática da UFRJ”. Com a reintegração do Professor Alvércio Moreira Gomes à Universidade em 1980, após o afastamento de suas atividades docentes em 1964, ele passou a colaborar, de modo substancial, na Pós-Graduação do IM. Ao ministrar esta disciplina, seguindo o presente texto, sugeriu várias modificações que contribuíram, fortemente, para seu aperfeiçoamento e clareza. Podemos citar, entre várias alterações, as seguintes:

i) Na definição da classe $L(a; b)$, funções integráveis, observou que S_1 é apenas um cone convexo, sendo $L(a; b)$ o espaço vetorial por ele gerado. Daí decorre que $L(a; b)$ é constituído pelas diferenças $v - u$ de objetos de S_1 , como foi definido por F. Riesz. Esta maneira de definir $L(a; b)$ torna mais claro e compreensível o método adotado.

ii) Incluiu, no texto, o Teorema de Lebesgue caracterizando as funções integráveis à Riemann.

iii) Corrigiu a demonstração do teorema de Egoroff tornando-a mais compreensível e completa.

iv) Reescreveu, modificando, o Capítulo 5 sobre Derivação. Por meio do teorema de recobrimento de Vitali, deu outra demonstração ao teorema fundamental do Cálculo, tornando o capítulo transparente.

Com estas modificações profundas na edição anterior, apresenta-se esta quarta edição, materializando um sonho que alimentávamos, quando

trabalhávamos no Departamento de Matemática da Faculdade Nacional de Filosofia, da UB, em torno de 1960, de escrever um texto conjunto sobre a Integral de Lebesgue, seguindo o pensamento de F. Riesz, (cf. [14]), para facilitar a aprendizagem dos alunos. Aqui, está uma aproximação do mesmo.

Agradeço, portanto, ao Professor Alvércio Moreira Gomes, mestre e amigo, por suas sugestões e decisivas correções que contribuíram para tornar este livro mais inteligível.

Ao Dr. Nikolai A. Larkin, professor na UEM, meu muito obrigado por sugestões que contribuíram para tornar mais completo este livro.

Agradeço ao Ivo Fernandez Lopez, professor do IM-UFRJ, pela leitura de certos trechos do livro e pelas sugestões sobre o Complemento 3, exemplo de conjuntos não mensuráveis à Lebesgue.

À Lourdinha pela revisão cuidadosa do texto, pela organização do quadro de evolução da noção de integral e, em particular, pelo perdão permanente.

Uma versão R^n do método de F. Riesz para o estudo da Integração à Lebesgue encontra-se em J. Dixmier [5].

Ao Wilson Góes por mais um bonito trabalho de digitação.

Rio de Janeiro, 1º de maio de 1989.

L. A. Medeiros.”

No Prefácio da 6ª Edição do livro em pauta, assim se expressaram os autores. Observemos a preocupação dos mesmos com respeito à apresentação simples, elegante e didática dos assuntos a serem apresentados no texto. Aliás, este é um dos traços do mestre Luis Adauto Medeiros.

“PREFÁCIO

É indiscutível a necessidade do estudo da teoria da integral na formação dos matemáticos com tendência para a Análise Matemática e suas aplicações. Por este motivo, surge o problema de como levar ao conhecimento dos estudantes, de modo simples e inteligível, as noções iniciais daquela teoria, as quais aparecem sob o título: Integral de Lebesgue.

Na realidade, deseja-se, nesta etapa, fazer um estudo crítico e introdutório, seguindo Lebesgue, da noção de integral, previamente idealizada por Cauchy, Riemann, Darboux, assim como de suas aplicações ao estudo da convergência de sucessões de funções, bem como uma análise do teorema fundamental sobre primitivas.

Entretanto, esta fase que chamaríamos preparatória à teoria da integral, sempre teve dificuldades pedagógicas, as quais se agravaram nos últimos anos em nossas universidades. Em face à necessidade, cada vez maior, da noção de integral segundo Lebesgue, para que o estudante possa prosseguir o estudo da Análise Matemática e suas aplicações, necessário

foi procurar um método simples de tornar esta noção presente na formação dos matemáticos, com tendência para a Análise Matemática, o mais cedo possível. Várias foram as tentativas, sendo uma, razoavelmente simples, adotada no presente texto, idealizada por F. Riesz em 1919.

Tivemos a oportunidade de ensinar pelo método original de Lebesgue, segundo o qual faz-se a construção da medida, dos conjuntos mensuráveis e posteriormente define-se a integral. Para os estudantes, tal método parecia desvinculado de seus estudos anteriores e por isso mesmo trazia certa dúvida, não compreensão nem localização das novas ideias no contexto de sua formação. Experimentamos o método de Riesz aqui adotado, nos parecendo mais inteligível ao estudante, além de ir rapidamente às noções fundamentais e concluir, sem dificuldade, as relações entre a integral e as sucessões de funções. A partir de certo ponto os métodos de Lebesgue e Riesz se confundem e se equivalem.

A fim de que o leitor tenha uma ideia do método de Riesz é interessante compará-lo ao processo adotado por Cantor, para construir os números reais a partir de sucessões de números racionais. De modo um tanto vago, a construção de Riesz obedece à mesma linha de ideias, que descreveremos sucintamente. Considera-se o espaço vetorial das funções escada, no qual define-se, de maneira óbvia, uma noção de integral.

Considera-se a classe das sucessões crescentes de funções escada cujas integrais são limitadas. Demonstra-se que tais sucessões convergem. Define-se uma nova coleção de funções limites de sucessões nas condições anteriores. Estende-se a noção de integral as funções limites.

Amplia-se a nova coleção obtida, por inclusão da diferença de seus elementos, fazendo-se nova extensão da noção de integral. A classe assim obtida, é a das funções integráveis á Lebesgue e a integral obtida na nova coleção é a de Lebesgue. Nesta construção desempenha papel fundamental o teorema de Beppo-Levi. Ele afirma que se repetirmos o mesmo processo na classe obtida de funções integráveis á Lebesgue, não sairemos desta coleção.

Resta-nos localizar este texto em nosso Ensino Universitário. Diríamos que após um curso de Análise Matemática ao nível da referência [6], é compreensível um curso baseado no presente livro. É aconselhável que após a leitura deste texto os estudantes vejam algumas aplicações, como por exemplo: séries e transformações de Fourier, iniciação aos espaços de Hilbert com ênfase na topologia do espaço L^2 , demonstração de certos teoremas de existência para equações diferenciais em hipóteses gerais de integrabilidade, etc.

Apesar do sumário que acompanha o presente livro, não seria perda de tempo um breve resumo do seu conteúdo. Inicia-se com a noção de conjunto de medida nula, para, a seguir, definir-se a noção de convergência quase sempre de funções escada. Há duas proposições,

denominadas Primeiro e Segundo Lema Fundamental, sobre as quais se baseia a definição de integral. Eles devem ser lidos cuidadosamente.

Com base no Segundo Lema Fundamental, define-se a classe das funções integráveis à Lebesgue e a respectiva integral de Lebesgue. Compara-se a nova integral com a de Riemann, estudam-se as propriedades básicas dos conjuntos e funções mensuráveis, demonstrando-se a equivalência entre os métodos de Riesz e Lebesgue. Faz-se um estudo breve sobre os espaços L^p , finalizando-se com o estudo sobre a derivação e demonstração do teorema fundamental sobre primitivas.

Nossa gratidão aos colegas da UFRJ pelo estímulo permanente. Ao Luiz Henrique Medeiros nossos agradecimentos pelas figuras contidas no texto.

Os Autores”

Considerações Finais

Desejamos expressar nosso respeito e nossa gratidão ao Prof. Dr. Luis Adauto Medeiros, não apenas por nos aceitar em seu círculo de amizades, desde os anos de 1970, quando fomos aluno do programa de pós-graduação do IM/UFRJ e, lá nos acolheu com paciência e elegância, inclusive concedendo-nos, de modo provisório até a consolidação de nossa bolsa via PICD, uma bolsa de estudos do IM, pois a UFPR ainda estava implantando sua PRPPG e o PICD - Programa Institucional de Capacitação de Docentes, essencialmente voltado para a qualificação dos professores das Universidades e Faculdades Federais, não tinha chegado a Curitiba até aquela data. E mostrando aos alunos de nossa turma (um pequeno grupo de professores auxiliares de ensino de várias universidades públicas) o funcionamento administrativo do IM. Mas principalmente, por sua vida acadêmica que é também comprometida com a educação brasileira de boa qualidade, na qual influenciou e formou diversas gerações de jovens iniciantes em Matemática, que foram acolhidos pelo IM/UFRJ para completarem suas formações na nobre ciência, a Matemática. A vida acadêmica de Luis Adauto Medeiros é um bom exemplo de ética, moral e decência, urbanidade que tem influenciado todos os que com ele conviveram e convivem.

Nosso homenageado dedicou mais de 60 anos de sua vida profissional ao trabalho sério e correto não só no IM/UFRJ, unidade que ele estruturou e contribuiu fortemente para o seu desenvolvimento, mas também com a preocupação e dedicação à formação, consolidação e desenvolvimento da comunidade matemática brasileira e latino - americana, bem como à recuperação e divulgação da memória do saber matemático nacional. A este respeito citamos alguns de seus textos: *Em Memória de Alvércio Moreira Gomes (1916-2003)*; *Aspectos da Matemática no Rio de Janeiro*; *O Trajeto da Matemática em Algumas Instituições do Rio de Janeiro*; *Relembrando Oliveira Castro*, texto escrito em conjunto com Alfredo Marques; *José Abdelhay. Trabalhos de Matemática. Obra Póstuma*.

Mencionaremos apenas dois exemplos de sua dedicação e preocupação com a correta formação da comunidade matemática brasileira. Dentre seus diversos cursos ministrados em universidades, nas reuniões do *Colóquio Brasileiro de Matemática* e, nas reuniões do *Seminário Brasileiro de Análise*, citamos um curso que ele ministrou intitulado

Funções de Variáveis Complexas, no Instituto de Central de Matemática da UFPB, no período de 4 a 28 de julho de 1966.

Na introdução das notas das aulas desse curso, sempre elegante e didata, assim se expressou o prof. dr. Luis Aduino Medeiros:

“Aqui estão mimeografadas as notas das aulas do curso sobre Variáveis Complexas, por nós ministrado no Instituto Central de Matemática, da Universidade Federal da Paraíba, em João Pessoa, de 4 a 28 de julho de 1966. O curso foi patrocinado pela CAPES. Procuramos, neste curso, estabelecer o caminho mínimo, entre os números complexos e o teorema dos resíduos, tocando de passagem em outros pontos importantes”.

Supomos que este curso serviu de subsídios para que ele, posteriormente, isto é, em 1972, escrevesse o publicasse o livro intitulado *Introdução às Funções Complexas*, (MEDEIROS, 1972). Texto que usamos como referência básica, nas aulas da disciplina intitulada *Funções de Variáveis Complexas*, que ministramos durante vários semestres letivos nos cursos de graduação da UFPR que ofertavam essa disciplina.

O outro exemplo que citamos, é o seguinte. Quando assumimos a presidência da Sociedade Paranaense de Matemática – SPM, (atualmente sob a gestão de colegas da UEM), no início dos anos de 1980, com o desejo de revitalizar e tornar a SPM mais visível perante a comunidade matemática brasileira e internacional solicitamos o apoio acadêmico do prof. dr. Luis Aduino Medeiros, convidando-o para participar de nosso esforço e desejo, como consultor *ad hoc* para as publicações: Boletim e Monografias, que eram editadas pela SPM. E enviando-nos *papers* para publicação. Ele aceitou nosso convite e passou a nos indicar, para publicação, bons artigos escritos por colegas de diversas universidades. Um dos textos que ele nos enviou para publicação foi um *paper* de Klaus Floret, ver Floret (1987). Na época, Klaus Floret era professor visitante do IM/UFRJ.

Podemos dizer que outra de suas características é ajudar, em especial, os jovens matemáticos que lhes solicitam seu apoio acadêmico. Daremos como exemplo o seguinte. Ao trabalharmos na 2ª edição revista e aumentada de nosso livro intitulado *Início e Consolidação da Pesquisa em Matemática no Brasil*, convidamos o Prof. Dr. Luis Aduino Medeiros para escrever o Prefácio da 2ª edição. Ele aceitou o convite e, posteriormente nos enviou seu Prefácio, (SILVA, 2013, p. ix-xiv).

O prof. dr. Luis Aduino Medeiros, além das qualidades acima citadas, possui também um fino espírito crítico e, o dom de bem transmitir seus conhecimentos, e de ser um expositor de qualidade excepcional. Suas aulas e palestras são de excelente qualidade e cristalina clareza. Elas são ricas em conteúdo, bem organizadas, letra grande, redonda e bonita. É o gosto de ser professor, de ensinar, de transmitir conteúdos complexos, tornando-os claros e simples a seus alunos, quer de graduação quer de pós-graduação.

Luis Aduino Medeiros é o matemático brasileiro que mais contribuiu para o desenvolvimento do estudo das Equações Diferenciais Parciais não Lineares, nos seus primórdios. Esses estudos têm forte aplicação na física teórica e nas engenharias.

Referências Bibliográficas

- BROWDER, F. E. On nonlinear wave equations, *Math. Zeit.* v. 80, nº 1, p. 249-264, 1962.
- CORRÊA, F. J. S. A. (editor) *International Meeting on Differential Equations. Matemática Contemporânea*, v. 32, 2007.
- DE LA PENHA, G. M.; MEDEIROS, L. A. (Editores). *Contemporary Developments in Continuum Mechanics and Partial Differential Equations*. 1st Edition Amsterdam: North-Holland Math. Studies, v. 30, 2000.
- FLORET, K. *Algumas Ideias Básicas da Análise Funcional Linear*. Monogr. Soc. Paran. Mat., nº 6, set. 1987.
- GOMES, A. M. *Semigrupos de Operadores Lineares e Aplicações às Equações de Evolução* (com Uma breve biografia, escrita por L. A. Medeiros). Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011. 2ª edição 2012.
- LIONS, J. L. *Problèmes aux Limites dans lers Equations aux Derivées Partielles*, Univ. Montreal, 1965.
- MARQUES, A.; MEDEIROS, L. A. *Relembrando Oliveira Castro*. Ciência e Sociedade, CBPF-CS-010/97, 1997.
- MEDEIROS, L. A. *Funções de Variáveis Complexas*. Instituto Central de Matemática da UFPB, nº 2, v. I, Série A, 1966.
- _____. *Introdução às Álgebras de Banach*. 2ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, Notas de Matemática nº 36, 1966b.
- _____. The initial value problem for nonlinear wave equations in Hilbert space. *Trans. of the Amer. Math. Soc.*, v. 136, p. 305-327, 1969.
- _____. Certos Aspectos da Matemática no Rio de Janeiro. *Boletim da SBMAC*, v. 4, nº 3, dezembro de 1984.
- _____. Aspectos da Matemática no Rio de Janeiro. 46º Seminário Brasileiro de Análise. UFF, 1997.
- _____. *Introdução às Funções de Variáveis Complexas*. Rio de Janeiro: Ed. McGraw – Hill do Brasil/ EdUnB, 1972.
- _____. José Abdelhay. *Trabalhos de Matemática. Obra Póstuma*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 1996.
- _____. Em Memória de Alvércio Moreira Gomes (1916-2003). *Festschrift Ubiratan D'Ambrosio - RBHM – Especial*, nº 1, p. 157-162, 2007.
- _____. *Alfarrábio I*, Rio de Janeiro, 2010.
- _____. *Alfarrábio II*. Rio de Janeiro, 2011.
- MEDEIROS, L. A. ; ANDRADE, N. G. *Iniciação às Equações Diferenciais Parciais*. Rio de Janeiro: LTC, 1973.
- MEDEIROS, L. A.; FERREL, J. L. ; BIAZUTTI, A. C. *Métodos Clássicos em Equações Diferenciais Parciais*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2000.
- MEDEIROS, L. A.; MIRANDA, M. M. *Espaços de Sobolev (Iniciação aos Problemas Elíticos não Homogêneos)*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2000.
- MEDEIROS, L. A.; MELLO, E. A. de. *A Integral de Lebesgue*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2008.

MEDEIROS, L. A.; LIMMACO, J. ; FROTA, C.L. On Wave Equations Without Global a Priori Estimates. Bol. Soc. Paran. Mat. v. 30, nº 2, p. 19-32, 2012.

SANTOS, A. R. dos. Nossas Raízes: O Instituto de Matemática da UFRJ e a Trajetória do Prof. Luis Aduato da Justa Medeiros. Rio de Janeiro, 2016.

SILVA, C. P. da. Início e Consolidação da Pesquisa em Matemática no Brasil. 2ª ed., Rio de Janeiro: Ed. Ciência Moderna, 2013.

Clóvis Pereira da Silva
Professor aposentado da UFPR
Curitiba – PR, Brasil.
Email: clovisps@uol.com.br