Revista Brasileira de História da Matemática
Especial nº 1 – Festschrift Ubiratan D'Ambrosio – (dezembro/2007)
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

ASPECTOS FORMULARES DA LINGUAGEM DOS LIVROS DE VII A X DOS *ELEMENTOS* DE EUCLIDES

Carlos Henrique Barbosa Gonçalves
USP - Brasil

Introdução

Uma das características mais salientes do texto dos *Elementos* é o emprego repetido de expressões, estruturas sintáticas e mesmo de estruturas maiores, no nível de parágrafos e de proposições. Neste artigo, apresentamos uma descrição das estruturas sintáticas dos enunciados das proposições dos livros de VII a X[1]. Nossa intenção é caracterizar as repetições estruturais do texto dos *Elementos,* retendo-nos neste trabalho aos enunciados das proposições, como um dispositivo de produção textual usado sistematicamente pelo autor desse texto matemático. Trazemos razões para aproximar o dispositivo euclidiano de produção textual ao que se tem chamado nos estudos homéricos *estilo formular.* Assim, na secção 1.1, fazemos um pequeno apanhado da questão do estilo formular em Homero, seguido das posições de [Aujac, 1984] e [Netz, 1999], autores que tentaram trazer as lições dos estudos homéricos para o exame da linguagem da matemática grega. A secção 2 apresenta nossa descrição das estruturas sintáticas dos enunciados das proposições dos livros de VII a X dos *Elementos*. A última secção traz as conclusões do trabalho.

1.1. Estilo formular: de Homero a Euclides

A questão do estilo formular nos estudos sobre Homero está na base das discussões sobre *oralidade* e *letramento* na Grécia antiga. Uma visão mais antiga desse binômio colocava cada um dos termos em oposição, propondo que tradições orais e tradições letradas fossem mutuamente excludentes. Imaginava-se que a *Ilíada* e a *Odisséia* fossem resultados da cristalização escrita de poemas cantados por aedos iletrados. Imaginava-se também que esses aedos criassem, ou recriassem, por mero improviso, seus cantos, limitados em parte pelas reações da audiência, em parte pelas possibilidades do *estilo formular*, que descreveremos mais abaixo. Como conseqüência, dificilmente haveria duas apresentações iguais desses poemas. Não haveria, tampouco, nessa perspectiva, espaço para a reflexão prévia e memorização sistemática dos poemas por parte dos poetas. Em um determinado

[1] Este trabalho é parte das pesquisas que temos conduzido em conjunção com nossa tradução dos livros de VII a X dos *Elementos* de Euclides. A tradução de Irineu Bicudo dos demais livros dos *Elementos*, os chamados livros geométricos, juntamente com nosso próprio trabalho, comporará a primeira versão completa dos *Elementos* em português, trazida diretamente do grego antigo. Uma versão prévia do livro I dos *Elementos* está publicada em [Bicudo, 2001].

momento, com a utilização do alfabeto na Grécia e com o surgimento da versão escrita desses poemas, a tradição oral teria sofrido uma cristalização.

Novos estudos sobre o tema apontam para algumas mudanças nessas posições. Em primeiro lugar, o advento do alfabeto na Grécia não levou imediatamente ao letramento geral da população, de forma que tradições orais e letradas conviveram pelo menos até o século IV a.C. Em segundo lugar, se hoje o texto escrito ocupa nos quadros mentais ocidentais um lugar superior ao texto oral, isso não foi sempre verdade na Grécia antiga. Assim, os poetas orais que trabalhavam dentro da tradição que desembocaria em Homero não veriam necessariamente as possíveis versões escritas de seus cantos como trabalhos finais, que passariam a ser a norma para as apresentações seguintes. Ao contrário, uma versão escrita poderia ser apenas uma codificação específica de uma apresentação determinada.

No presente trabalho, não pretendemos tomar partido sobre o que se pode concluir sobre oralidade e letramento na Grécia antiga. Pretendemos, no momento, apenas utilizar os conceitos oriundo dos estudos sobre o estilo formular para sistematizar as repetições estruturais que ocorrem no texto de Euclides, entendendo sobretudo que há produções formulares que não são necessariamente orais [Thomas, 2005; 59]. Nossa justificativa é, primeiramente, pôr nossa descrição das estruturas sintáticas dos *Elementos* em diálogo com trabalhos de outros historiadores da ciência que investigam a questão do estilo formular na matemática grega. Em segundo lugar, sendo a cultura da Grécia antiga fortemente influenciada por seu legado oral, é essencial que, na investigação histórica da produção textual da matemática, levemos em conta tanto as práticas letradas como as práticas orais. Para um apanhado mais amplo da questão sobre oralidade e letramento, remetemos o leitor a [Thomas, 2005].

*****

O tema do estilo formular tem sido muito estudado no âmbito das técnicas de produção textual de Homero – isto é, do poeta ou poetas que sob esse nome referenciamos como os autores da *Ilíada* e da *Odisséia*. Os primeiros estudos sistemáticos sobre o estilo formular, dos quais derivam todos os outros que usaremos, são os publicados a partir da década de 1930 por Milman Parry e por seu discípulo e continuador, Albert Lord. Tomaremos como primeira abordagem, intuitiva, para o problema de definir o estilo formular, a que é dada por Vidal-Naquet [2002; 123–124]:

> Os personagens da epopéia não são citados simplesmente – Heitor, Nestor, Aquiles, Ulisses –, mas, pelo contrário, são sempre acompanhados por uma série de epítetos, constantemente repetidos, como, por exemplo: o grande Heitor de capacete reluzente, o velho condutor de carros Nestor, o divino Aquiles de pés infatigáveis, o Ulisses de mil astúcias. Isso vale também para os deuses: Zeus tem um amplo olhar ou uma voz retumbante, Atena tem olhos de coruja, Hefesto é coxo ilustre, e Calipso é totalmente divina. Por vezes, versos inteiros e até grupos de versos são repetidos,[...] Chama-se hoje esse estilo de ‘estilo formular’.

Foi a partir de uma constatação como essa, que todo leitor de Homero pode fazer, que Parry desenvolveu inicialmente seus estudos, chegando a uma definição precisa de uma fórmula: nos poemas homéricos, a fórmula é entendida como “um grupo de palavras que é regularmente empregado sob as mesmas condições métricas para expressar a mesma idéia essencial." [Parry, 1930; 80]

O que mais desperta a atenção, entretanto, não é o mero caráter repetitivo de uma fórmula, mas a razão por que é usada. Segundo Parry [1930, 1932], os poemas homéricos são resultado de uma tradição oral, isto é, não letrada. Nessa tradição, não se pode esperar que o poeta escreva uma parte de um verso e deixe-a de lado por algum tempo, para calmamente elaborar a restante. Ao contrário, os poemas são construídos, ou antes reconstruídos, principalmente enquanto cantados. Uma das conseqüências disso é que não se pode falar, dentro das tradições orais, de uma versão original de um poema. Outra conseqüência é que os poetas recitadores devem ter a sua disposição um conjunto de ferramentas que os permita elaborar, ou antes reelaborar, um poema no momento mesmo em que fazem sua apresentação cantada. O instrumento para isso seria o estilo formular. Essa descoberta foi rapidamente incorporada aos estudos sobre Homero:

> O poema heróico, um gênero de que a *Ilíada* e a *Odisséia* são os maiores exemplos, deve ser distinguido de épicos literários como a *Eneida* e o *Paraíso Perdido*. A poesia heróica é poesia oral; é composta oralmente, freqüentemente por bardos não letrados, e é recitada em forma de canto para os ouvintes da audiência. Formalmente, é imediatamente distinguível pela repetição constante de frases, linhas e grupos inteiros de linhas. A vinda do dia é quase sempre, em Homero, 'E quando a Aurora de róseos dedos apareceu, filha da manhã.' Quando uma mensagem verbal é enviada (e as mensagens homéricas nunca são enviadas por escrito), o poeta faz com que o mensageiro ouça o texto exato e então repita-o palavra por palavra ao destinatário. [...] Entretanto, isso não é uma repetição simples, monótona. Há trinta e seis epítetos para Aquiles, por exemplo, e a escolha é rigorosamente determinada em relação à posição na linha e à forma sintática requerida. Calculou-se que há por volta de vinte e cinco expressões formulares, ou fragmentos de fórmulas, somente nas primeras vinte e cinco linhas da *Ilíada*. Cerca de um terço de todo o poema consiste de linhas ou blocos de linhas que ocorrem mais de uma vez no trabalho, e o mesmo é verdade para a *Odisséia*. [Finley, 1954; 21–22][2]

Um momento crucial para o fortalecimento da hipótese formular foi o impasse a que Parry chegou em 1932 [Lord, 1948; 36]. Parry queria testar a existência de um ou mais Homeros, assim como o quanto cada repetição de expressões ou versos em uma dada versão dos poemas era devida à tradição ou à inventividade do poeta que a produziu. Não tinha, entretanto, à disposição um *corpus* extenso de poesia heróica grega a partir do qual fosse possível conduzir um estudo com esse refinamento, razão por que se encaminhou para o estudo de uma tradição oral ainda viva, a dos bardos iugoslavos. Foi assim que, em 1935,

> a pedido de Milman Parry, um bardo sérvio de 60 anos de idade que não sabia nem ler nem escrever recitou para ele um poema do tamanho da *Odisséia*, inventando-o enquanto o percorria, mas mantendo a métrica e a forma, bem como construindo uma complicada trama. A apresentação levou duas semanas, com uma semana no meio, com o bardo cantando duas horas cada manhã e mais duas à tarde. [Finley, 1954; 22]

[2] Nesta e em outras referências em língua estrangeira, a tradução é nossa.

Essa foi uma das gravações que Parry e Lord fizeram durante o período em que estiveram na Iugoslávia, de 1933 a 1935. Munidos de um gravador portátil, eles formaram um volumoso acervo de poesia oral sérvio-croata, a partir do qual puderam avançar as investigações. Tendo morrido prematuramente, Parry não pôde publicar suas conclusões, tarefa que coube a Albert Lord, inicialmente em artigos e depois reunidas em um livro projetado originalmente por Parry pouco antes de falecer, *The Singer of Tales* [Lord, 1960]. Em um esboço do prefácio dessa obra, Parry expunha o ponto central de sua pesquisa:

> Em poucas palavras, o objetivo do estudo era fixar com exatidão a forma da poesia narrativa oral e ver em que ela difere da forma da poesia narrativa escrita. Seu método foi observar recitadores trabalhando em uma ativa tradição não letrada de canções e ver como a forma de suas canções depende de eles terem aprendido e praticado sua arte sem ler nem escrever. [Lord, 1948; 37]

Assim, Parry e Lord puderam compreender melhor o mecanismo pelo qual aqueles bardos, imersos em uma tradição puramente oral, aprenderam seu ofício e como usavam essas ferramentas para produzir seus poemas ao mesmo tempo em que os cantavam. Com relação aos poemas de Homero, produzidos oralmente mas fixados em versões escritas – provavelmente desde a Atenas do século VI a.C., talvez iniciando com Pisístratos [Finley, 1954; 31–32] –, os estudos de Parry e Lord contribuíram para que se entendesse melhor o relacionamento entre os aspectos da tradição oral e da tradição letrada, que aparecem entremeadas nas versões que conhecemos:

> Agora é mais do que provável que a *Ilíada* e a *Odisséia* **como as conhecemos** foram compostas na forma escrita e não oralmente. [...] Mesmo assim, tanto a *Ilíada* como a *Odisséia* revelam na maior medida todas as características essenciais da poesia heróica não escrita do mundo todo. Por trás delas, repousa uma longa prática na arte do bardo, que desenvolveu o dialeto notável mas completamente artificial dos poemas, um dialeto que nenhum grego jamais falou mas que permaneceu fixado como a linguagem do épico grego. Por trás delas, também, repousam as gerações que criaram os elementos formulares, tijolos dos poemas. [Finley, 1954; 23](o grifo é nosso)

Passemos, agora, à questão do estilo formular em textos matemáticos. Um primeiro passo na direção de conceituar a presença do estilo formular nos textos dos matemáticos gregos foi dado por Germaine Aujac [1984]. Comparando trechos de *A Esfera em Movimento* de Autólico de Pitânia (c. 360 – c. 290 a.C.) com trechos dos *Elementos* de Euclides (fl. séc III a.C.), ela verificou uma enorme similaridade textual entre as formulações de ambos. Sua conclusão foi que:

> nesse caso preciso, não há nem empréstimo de Autólico a Euclides nem de Euclides a Autólico, mas simplesmente um empréstimo por parte de um e de outro a partir de um acervo comum de definições e teoremas já revestidos por fórmulas fixas. [Aujac, 1984; 99]

Ao comparar o mesmo texto de Autólico com as *Esféricas* de Teodósio de Bitínia (c. 160 – c. 100 a.C.), chegou a conclusão similar:

> Assim, a análise de *A Esfera em Movimento* de Autólico nos provê a prova formal não somente da extensão e da influência que a geometria grega havia tomado no final do século IV, mas também da rigidez extrema da expressão que caracterizava o enunciado dos teoremas. [Aujac, 1984; 107]

Isso representou um progresso sensível nos estudos textuais sobre a matemática grega. Restava explicar historicamente o surgimento e a permanência do estilo formular da matemática. Essa explicação deveria ser capaz de nos informar sobre a função que o estilo formular poderia desempenhar na matemática. Nesse sentido, Aujac conjecturou que, tal como nos estudos sobre os poemas heróicos, o estilo formular teria na matemática forte relação com uma tradição oral:

> Como explicar então que, sozinha entre as ciências de seu tempo, a geometria tenha se beneficiado desde o início pelo uso de uma linguagem formular que poderíamos acreditar ter sido reservada à expressão poética nas suas formas mais antigas, e bem particularmente aos poemas de Homero tão largamente difundidos na bacia do Mediterrâneo? [...] Uma primeira explicação reside sem dúvida no fato que a transmissão do saber foi inicialmente feita pela tradição oral, pelo recurso obrigatório da memória. A invenção da escrita não é considerada por Platão como nefasta para o desenvolvimento da ciência na medida em que ela deixa a memória preguiçosa? [Aujac, 1984; 107]

Contra a hipótese de Aujac, estaria o fato de não haver evidência de uma transmissão oral da matemática tal como a encontramos nos *Elementos*. Pelo contrário, o uso do diagrama com letras pareceria indicar que Euclides e os que os precederam faziam parte de uma tradição letrada [Netz, 1999; 129]. Essa diferença, entre a transmissão oral inicial dos poemas homéricos e a transmissão escrita da matemática dedutiva desde sua formação, impediria uma aplicação direta dos resultados sobre a poesia homérica aos textos matemáticos gregos. Segundo Netz, no domínio da matemática, encontramos o mesmo recurso formular que nos poemas homéricos. Em ambos os casos são instrumentos para auxiliar a produção textual. Entretanto, as razões por que o estilo formular pode ser um recurso para a produção textual são diferentes em um caso e outro:

> É simplesmente absurdo tentar imaginar matemáticos gregos como improvisadores mais ou menos não letrados. Mas tentarei manter a estrutura do argumento da teoria formular homérica, que de fato é a estrutura de meu argumento completo: para que fórmulas existam, elas devem desempenhar alguma função cognitiva para o indivíduo que as usa, e elas devem ser de certa forma encorajadas pelo contexto da troca comunicativa. [Netz, 1999; 129–130]

A função cognitiva mencionada acima por Netz é um ponto central. Da mesma forma, sustentamos que o aspecto formular, tanto da poesia heróica como da matemática grega, está ligado a funções cognitivas. Entretanto, se nos poemas homéricos, a função cognitiva precípua é permitir ao aedo a produção imediata do poema, na matemática é estabelecer um instrumento compartilhado de produção e organização do texto dedutivo. Assim, da *função poética* que as fórmulas têm para os aedos, passamos para uma *função dedutiva*. E se a primeira está ligada intimamente à pronunciação e atua principalmente nos elementos mais internos das orações, a segunda liga-se ao ordenamento das idéias e atua na forma como se compõem os períodos e os parágrafos:

> O ponto é que a estrutura homérica é *prosódica*. [...] Mas o caso matemático é diferente. Uma vez que a matemática é escrita como prosa, as unidades relevantes são sintáticas, e não prosódicas. [...] Assim, uma ordem começa a emergir: as fórmulas homéricas são baseadas na forma prosódica, enquanto as fórmulas matemáticas são baseadas na forma sintática. [Netz, 1999; 148]

Refinando a definição de Parry, para o contexto da matemática grega, Netz toma "um grupo de palavras como formular se ele é semanticamente marcado ou muito marcadamente repetido [...]" [1999; 132]. Com isso, quer dizer que a repetição desse grupo de palavras é muito maior nos textos matemáticos do que em outros tipos de texto. É, então, essa repetição que permite a compreensão de um grupo de palavras como uma unidade completa de sentido. Por exemplo, a expressão "como Α para Β, assim Γ para Δ" é extremamente comum nos textos matemáticos. E nos textos matemáticos, a expressão é entendida em grupo, não cabendo na formação de seu sentido a junção dos sentidos particulares de cada uma de suas partes. Por isso, é uma fórmula.

Como dissemos acima, nosso interesse maior neste artigo é o de descrever estruturas sintáticas. Essas estruturas correspondem ao modo como são combinadas as estruturas formulares. Chamaremos tais estruturas *estruturas matriciais*:

> Em um nível ainda mais alto, é possível ver a proposição toda como uma tal matriz [...] Há expressões validando um argumento. Sua essência é que elas combinam afirmações em uma matriz fixa na qual se sabe que o resultado deriva das premissas. [...] Quando um grego prova um resultado geral, o que ele faz é validar uma *matriz*, em que objetos particulares podem, a partir daquele momento, ser encaixados. [Netz, 1999; 138, 139, 142]

Por exemplo, comparando as proposições 5 do Livro VII e 6 do Livro X (veja os enunciados das proposições na secção 2), notamos que ambas foram formuladas sob a mesma estrutura sintática: as duas têm uma condição no subjuntivo presente e uma conclusão no futuro. Que essas estruturas não são casuais, parece ficar evidente a partir do fato que tais matrizes textuais "são tão repetitivas a ponto de serem formulares – e são sentidas como formulares em um contexto formular mais amplo." [Netz, 1999; 143]

A maior parte do texto dos 13 livros dos *Elementos* é constituída pelo enunciado e a demonstração de suas proposições. Além das proposições, encontram-se também um ou mais grupos de definições, exceto nos livros VIII, IX, XII e XIII. No Livro I, especialmente, além de definições, há um grupo de postulados e um de noções comuns.

As proposições são numeradas, e cada livro contém uma numeração própria para sua seqüência de proposições. Junto a algumas proposições, encontram-se ainda proposições complementares, tendo ou a função de demonstrar um resultado preliminar como auxílio para a proposição seguinte, ou de explicitar e, às vezes demonstrar, um resultado decorrente da proposição anterior. As primeiras são chamdas *lemas*; as segundas, *corolários*.

Tanto as proposições principais, como os lemas e os corolários, são escritos tendo como modelo uma mesma estrutura textual, descrita desde a Antiguidade:

> Todo problema e todo teorema que são dotados de todas as suas partes deveriam conter os seguintes elementos: um enunciado, uma exposição, uma especificação, uma construção, uma prova e uma conclusão. [Proclo–Morrow, 1992; 159]

Apesar de modelar, nem sempre a estrutura é seguida à letra. Em muitas proposições principais e lemas dos livros de VII a X, a construção e a prova entremeiam-se. Há, ainda, proposições que não fazem construção alguma e decorrem apenas dos objetos presentes no enunciado. Nos corolários, o afastamento em relação ao modelo estrutural completo é maior. Freqüentemente, apresentam apenas o enunciado, antecedido de alguma expressão que mostra o quão claro e imediato o resultado é, e seguido da expressão formular *como era preciso mostrar* ou equivalente. Há, por fim, corolários que não têm enunciado. Nesses, o texto é composto apenas pela exposição e especificação, seguidas pela fórmula de conclusão.[3]

No espaço existente entre as fórmulas que compõem o interior das orações e a estrutura textual matricial global das proposições, encontra-se um nível intermediário, que é o das matrizes textuais de cada uma das partes típicas das proposições. Pode-se falar, assim, de matrizes textuais para enunciados, exposições, especificações, construções, provas e conclusões. No que segue, apresentamos uma descrição das estruturas de enunciados utilizadas nos livros de VII a X dos *Elementos*. Descrevemos inicialmente os enunciados das proposições principais; em seguida, os enunciados de corolários e de lemas. O final da secção 2 traz os poucos casos de inadequação a essas estruturas.

2. Matrizes Textuais nos Elementos

Nesta secção, descrevemos as matrizes textuais dos enunciados das proposições dos livros de VII a X dos *Elementos* de Euclides. Cada matriz textual é apresentada separadamente, seguida dos comentários necessários para o entendimento de seu significado, mormente para o leitor que não dispõe dos pré-requisitos do grego antigo. Em cada caso, procuramos exemplificar com a transcrição de pelo menos um exemplo de enunciado. Os exemplos são referenciados pelo número do livro em que ocorrem e o número de sua posição dentro da seqüência de proposições principais do livro: por exemplo, [7:1] indica a proposição 1 do livro VII. As referências ao texto grego, no que se inclui a numeração das proposições, são as da edição crítica de Heiberg, revisada posteriormente por Stamatis [Euclides-Stamatis, 1969].

Os textos traduzidos para o português são provenientes de nossa tradução [Gonçalves, s/d], em preparação. Retirados de seu contexto, muitos são de difícil, senão impossível, entendimento. Com relação a isso, cabe uma explicação. Nossa perspectiva é a de que o entendimento de um texto depende das relações que suas partes estabelecem mutuamente, assim como das relações desse texto com outros de seu gênero. No caso das proposições euclidianas, o entendimento dos enunciados só pode ser atingido, em muitos casos, após a leitura integrada dos mesmos com as demonstrações das respectivas proposições e, em alguns casos, com a leitura de outras proposições completas. Essa característica do texto euclidiano é talvez uma característica do texto matemático da

[3] Uma análise mais minuciosa desse repertório de matrizes textuais para o corpo completo das proposições será feita em trabalho posterior.

tradição grega em geral e aparece de maneira acentuada, especificamente, nas *Cônicas* de Apolônio.

2.1. Matrizes Textuais para os Enunciados das Proposições Principais

As matrizes textuais mais comuns para a escrita do enunciado são as seguintes:

(1) {oração com genitivo absoluto} ··ν {condição com subjuntivo} {conseqüência com futuro}

O genitivo absoluto é um recurso do grego antigo e é uma maneira de produzir uma oração reduzida, com significado adverbial. Para a tradução, optamos por manter o caráter de oração reduzida que o genitivo absoluto traz, através de uma oração reduzida de gerúndio. A partícula ··ν introduz uma oração subordinada adverbial, que pode ser simples ou composta, e traduz-se bem em nosso contexto por *caso*, de forma a ser possível manter na tradução o subjuntivo da cláusula condicional que a segue e o futuro do indicativo da conseqüência, que é a oração principal.

Exemplos:

[7:1] *Estando expostos dois números desiguais, e sendo subtraído sempre o menor do maior, caso o restante nunca meça o anterior a ele mesmo, até que disso reste unidade, os números do começo serão primos entre si.*

[9:1] *Caso dois números planos semelhantes, tendo multiplicado um ao outro, façam algum, o que veio a ser será quadrado.*

[10:1] *Estando expostas duas grandezas, caso da maior seja subtraída mais do que a metade e da restante mais do que a metade, e assim sempre aconteça, alguma grandeza restará, que será menor do que a menor grandeza exposta.*

Vale a pena enfatizar que a condição no subjuntivo pode ela mesma ser um período composto. É, por exemplo, o que ocorre em [7:1]: *caso o restante nunca meça o anterior a ele mesmo, até que disso reste unidade.* O mesmo vale para a oração com o genitivo absoluto, como também pode se observar pelas duas orações reduzidas de gerúndio, que abrem o enunciado da mesma proposição.

(1') {oração com genitivo absoluto} {conseqüência com presente}

Essa é uma variação de (1), colocando o verbo da oração principal (a conseqüência) no presente e omitindo a partícula ··ν.

Exemplo:

[10:71] *Sendo composto exprimível e medial, quatro irracionais vêm a ser, ou binomial ou primeira bimedial ou maior ou que é em potência exprimível e medial.*

(2) ▪▪ν {condição com subjuntivo} {conseqüência com futuro}

Comparando com a estrutura (1), notamos, em (2), a ausência do genitivo absoluto.

Exemplos:
[7:5] *Caso número seja parte de número, e outro seja a mesma parte de outro, também ambos juntos serão a mesma parte de ambos juntos, a que um de um.*

[10:6] *Caso duas grandezas tenham uma para a outra razão que número para número, as grandezas serão comensuráveis.*

(2') ▪▪ν {condição com subjuntivo} {conseqüência com presente}

Essa matriz é uma pequena variação da anterior, com o verbo principal no presente e não no futuro.

Exemplos:
[8:1] *Caso não importa quantos números estejam sucessivamente em proporção, e os extremos deles sejam primos entre si, são os menores dos que têm a mesma razão com eles.*

[8:3] *Caso não importa quantos números sucessivamente em proporção sejam os menores dos que têm a mesma razão com eles, os extremos deles são primos entre si.*

(3) {oração no presente}

O mais freqüentemente, em (3), a oração no presente é construída com o verbo *ser*, embora também ocorram casos com vários outros. O que se pede nessa estrutura, mas não está explícito, é a demonstração da afirmação trazida pela oração no indicativo.

Exemplos:
[7:4] *Todo número de todo número, o menor do maior, ou é parte ou partes.*

[8:5] *Os números planos têm entre si razão que se forma dos lados*.

[10:26] *Medial não supera medial por exprimível.*

(4) {oração com genitivo absoluto} {frase nominal} ε▪ρε▪ν

Nessa estrutura, a frase nominal pode ser uma expressão nominal ou uma oração que exerce função nominal no conjunto do enunciado. Sua função é descrever um objeto. A forma verbal ε▪ρε▪ν é um infinitivo e pode ser bem traduzida por *encontrar*. Esse tipo de enunciado pede que se encontre um objeto descrito pela frase nominal a partir das condições apresentadas pela oração com o genitivo absoluto.

Exemplos:
[7:2] *Tendo sido dados dois números não primos entre si, achar a máxima medida comum deles.*

[10:3] *Sendo sido dadas duas grandezas comensuráveis, achar a maior medida comum delas.*

(4’) {frase nominal} {***·σου· ·ν ·πιτ·ξ· τι·***} ***ε·ρε·ν***

Em relação ao modelo (4), esse traz uma cláusula adicional, ***·σου· ·ν ·πιτ·ξ· τι·***, significando *quantos alguém ordene*. O enunciado pede, portanto, que se encontrem tantos objetos descritos pela frase nominal quantos alguém ordene.

Exemplo:
[8:2] *Achar os menores números sucessivamente em proporção, quantos alguém ordene, na razão dada.*

(4”) {frase nominal} ***ε·ρε·ν ·στε*** {relação no infinitivo}

Em relação à matriz (4), há a adição da expressão ***·στε***, traduzida por *de modo a*, dando ao enunciado o sentido de ser necessário achar um objeto descrito pela frase nominal, de modo a obedecer à relação apresentada pela frase construída com um verbo no infinitivo.

Exemplo:
[10:32] *Achar duas mediais comensuráveis somente em potência contendo medial, de modo à maior ser maior em potência do que a menor pelo a partir de comensurável com ela mesma.*

(5) {oração com genitivo absoluto} ***·πισκ·ψασθαι, ε· δυνατ·ν ·στιν*** {frase nominal} ***προσευρε·ν***

Aqui, pede-se para inspecionar (***·πισκ·ψασθαι***) **se** é possível (***ε· δυνατ·ν ·στιν***) achar (***προσευρε·ν***) um objeto descrito pela frase nominal.

Exemplo:
[9:18] *Tendo sido dados dois números, inspecionar se é possível achar terceiro em proporção com eles.*

(5’) {oração com genitivo absoluto} **·π ι σ κ·ψ α σ θ α ι , π·τ ε δ υ ν α τ·ν ·σ τ ι ν** {frase nominal} **π ρ ο σ ε υ ρ ε·ν**

Nessa versão da estrutura (5), pede-se para examinar (**·π ι σ κ·ψ α σ θ α ι**) **quando** é possível (**π·τ ε δ υ ν α τ·ν ·σ τ ι ν**) achar (**π ρ ο σ ε υ ρ ε·ν**) um objeto descrito pela frase nominal.

Exemplo:
[9:19] *Tendo sido dados três números, inspecionar quando é possível achar quarto em proporção com eles.*

(*) {matriz de enunciado} **κ α·** ou **δ·** {definição}

Essa não é propriamente uma estrutura nova. Seu traço característico é o uso de alguma das estruturas anteriores, seguida por uma definição. Ambas as partículas **κ α·** e **δ·** traduzem-se por *e*. Diferem apenas na posição que ocupam na oração em grego que traz a definição: **κ α·** é anteposta à oração toda; **δ·** vem posposta à primeira palavra da oração. Optamos por fazer essa diferença não se notar na tradução.

Exemplos:
[10:73] *Caso de exprimível seja subtraída exprimível sendo comensurável somente em potência com a toda, a restante é irracional; e seja chamada apótome.*

Nesse exemplo, a {matriz de enunciado} segue a estrutura (1’). Após o enunciado, vem a definição de *apótome*, aqui apresentada com a fórmula **κ α λ ε·σ θ ω δ· ·π ο τ ο μ·.**

Por fim, além dos exemplos acima, há enunciados que constituem-se em repetições totais ou parciais de alguma das estruturas.

(2+2) ··ν {condição com subjuntivo} {conseqüência com futuro} **κ α·** ··ν {condição com subjuntivo} {conseqüência com futuro}

Nesse tipo de enunciado, pode ocorrer de a expressão **κ α·** ··ν ser substituída pela elisão **κ·ν**, o que para nossos fins não altera a matriz textual em nada.

Exemplo:
[8:15] *Caso número cubo meça número cubo, também o lado medirá o lado; e caso o lado meça o lado, também o cubo medirá o cubo.*

(3+3) {oração no presente} ***κα·*** ou ***κα· ·τι*** ou ***·τι δ·*** ou ***δ·*** {oração no presente}

As expressões de ligação traduzem-se por *e* (***κα·***), *e ainda* (***κα· ·τι***), *e ainda* (***·τι δ·***), *e* (***δ·***).

Exemplos:
[8:11] *Um meio em proporção de dois números quadrados é número, e o quadrado para o quadrado tem duas vezes razão que o lado para o lado.*

[10:112] *O a partir de exprimível, junto à binomial sendo justaposto, faz largura apótome, cujos nomes são comensuráveis com os nomes da binomial e ainda na mesma razão, e ainda a apótome que vem a ser tem a mesma ordem que a binomial.*

Notemos que o segundo exemplo usa a expressão *e ainda* para concatenar as diversas conseqüências do enunciado.

(3+3') {oração no presente} ***κα·*** ou ***δ·*** {oração no futuro}

Uma variação importante, alternando o presente e o futuro do indicativo, é a que ocorre no seguinte teorema:

[10:9] *Os quadrados a partir das retas comensuráveis em comprimento têm um para o outro razão que número quadrado para número quadrado; e os quadrados tendo um para o outro razão que número quadrado para número quadrado terão também os lados comensuráveis em comprimento. E os quadrados a partir das retas incomensuráveis em comprimento não têm um para o outro razão que número quadrado para número quadrado; e os quadrados não tendo um para o outro razão que número quadrado para número quadrado não terão os lados comensuráveis em comprimento.*

Algumas proposições não são repetições completas de estruturas, mas usam repetições de algumas de suas partes:

(2+2') ***··ν*** {condição com subjuntivo} ***δ·*** {condição com subjuntivo} {conseqüência com futuro}

Exemplo:
[9:35] *Caso estejam não importa quantos números sucessivamente em proporção, e iguais ao primeiro sejam subtraídos do segundo e do último, como o excedente do segundo para o primeiro, assim o excedente do último estará para todos os antes dele mesmo.*

2.2. Matrizes Textuais para Corolários

(C1') ·κ δ· το·του φανερ·ν, ·τι {matriz de enunciado}

O corolário se liga à proposição que o antecede por meio da frase *Disso, então, é claro que* (·κ δ· το·του φανερ·ν, ·τι), a que segue uma matriz de enunciado. Nos corolários mais compactos, não há demonstração, mas a expressão *como era preciso mostrar* (·περ ·δει δε·ξαι), padrão nas conclusões, é usada.

Exemplo:
[7:2.COROLÁRIO] *Disso, então, é claro que caso número meça dois números, também medirá a máxima medida comum deles; como era preciso mostrar.*

(C1') ·κ δ· το·του φανερ·ν, ·τι {matriz de enunciado}

Esse modelo mostra que a cláusula final, *como era preciso mostrar*, não é obrigatória.

Exemplos:
[8:2.COROLÁRIO] *Disso, então, é claro que, caso três números sucessivamente em proporção sejam os menores dos que têm a mesma razão com eles, os extremos deles são quadrados, e caso quatro, cubos.*

[10:3.COROLÁRIO] *Disso, então, é claro, que caso grandeza meça duas grandezas, também medirá a maior medida comum delas.*

(C2) Κα· φανερ·ν, ·τι {matriz de enunciado} ·περ ·δει δε·ξαι

Exemplo:
[9:11.COROLÁRIO] *É claro também que que posição tem o que mede a partir da unidade, a mesma tem também o segundo o qual mede a partir do que é medido até ele mesmo. - Como era preciso mostrar.*

(C3) Κα· φανερ·ν ·κ τ·ν δεδειγμ·νων ·σται, ·τι {matriz de enunciado}

Exemplo:
[10:9.COROLÁRIO] *E das coisas mostradas será claro que as comensuráveis em comprimento também certamente em potência, e as em potência não certamente também em comprimento.*

(C3') Κ α · γ · γ ο ν ε ν · μ · ν κ α · δ ι · τ ο · τ ο υ φ α ν ε ρ · ν , · τ ι δ υ ν · τ ο ν · σ τ ι {matriz de enunciado} · π ε ρ · δ ε ι δ ε · ξ α ι

É uma estrutura um pouco mais alongada do que (C3).

Exemplo:
[10:114.COROLÁRIO] *E por causa disso também se torna claro para nós que é possível região exprimível estar contida por retas irracionais; como era preciso mostrar.*

2.3. Matrizes Textuais para Lemas

Os lemas são proposições menos rígidas em relação às matrizes textuais das proposições principais e dos corolários. Seus enunciados podem ser omitidos ou aparecer explicitamente somente na conclusão dos lemas que trazem demonstrações.

(L1) Δ · δ ε ι κ τ α ι · ν τ ο · · · ρ ι θ μ η τ ι κ ο · · , · τ ι {demonstração} · ρ α {matriz de enunciado como conclusão}

Essa é a estrutura específica do lema para a proposição 10 do Livro X, que se inicia com a expressão *Mostrou-se nos [livros] aritméticos que*:

[10:10.LEMA] *Mostrou-se nos aritméticos que os números planos semelhantes têm um para o outro razão que número quadrado para número quadrado [8:26], e que, caso dois números tenham um para o outro razão que número quadrado para número quadrado, serão planos semelhantes. E disso, claramente, que os números planos não semelhantes, isto é, os que não têm os lados em proporção, não têm um para o outro razão que número quadrado para número quadrado. Pois se tiverem, serão planos semelhantes; assim não se supõe. Então os planos não semelhantes não têm um para o outro razão que número quadrado para número quadrado.*

(L2) · π ε · δ · δ ε ι κ τ α ι , · τ ι {matriz de enunciado}

Também nos lemas pode haver repetição de estruturas. É o caso do

[10:19.LEMA] *Já que se mostrou que as comensuráveis em comprimento certamente também [são comensuráveis] em potência, e as em potência não certamente também em comprimento, mas, em verdade, podem ser tanto comensuráveis como incomensuráveis em comprimento, é claro que, caso alguma seja comensurável em comprimento com a exprimível exposta, diz-se exprimível e comensurável com ela não somente em comprimento mas também em potência, já que as comensuráveis em comprimento certamente também em potência. E caso alguma seja comensurável em potência com a exprimível exposta, se também em comprimento, diz-se também assim exprimível e* *comensurável com ela em comprimento e em potência; e se, por outro lado, alguma que é comensurável em potência com a exprimível exposta seja incomensurável com ela em comprimento, diz-se também assim exprimível comensurável somente em potência.*

(L3) ·τι {matriz de enunciado} δε·ξομεν ·δη προεκθ·μενοι λημμ·τιον τοιο·τον

[10:42.LEMA] *Que as ditas irracionais dividem unicamente as retas, das quais compõem-se e fazendo as classes precedentes, mostraremos tendo primeiro exposto este leminha.*

2.4. Trechos que não se Encaixam nas Matrizes Textuais

Há, no livro X, três corolários que ficam fora das matrizes textuais mais rígidas que apresentamos nos parágrafos anteriores, embora guardem muitos outros aspectos do estilo euclidiano, notadamente o uso de expressões formulares para indicar objetos, relações e operações entre eles, bem como os passos do raciocínio.

[10:4.COROLÁRIO] *Disso, então, é claro que, caso grandeza meça três grandezas, também medirá a maior medida comum delas. Semelhantemente, então, será tomada a maior medida comum também sobre maior quantidade, e o corolário avançará. Como era preciso mostrar.*

[10:6.COROLÁRIO] *Disso, então, é claro que, caso sejam dois números, como os Δ, E, e reta, como a A, é possível fazer como o número Δ para o número E, assim a reta para reta. E, caso também seja tomada meia proporcional das A, Z, como a B, como a A estará para a Z, assim o a partir da A para o a partir da B, isto é, como a primeira para a terceira, assim o a partir da primeira para o a partir da segunda o semelhante e semelhantemente descrito. Mas, como a A para a Z, assim está o número Δ para o número E; então ocorreu também, como o número Δ para o número E, assim o a partir da reta A para o a partir da reta B; como era preciso mostrar.*

[10:23.COROLÁRIO] *Disso, então, é claro, que a comensurável com a região medial é medial. Pois retas que são comensuráveis em potência, das quais uma é medial, são elas em potência; de modo que também a restante é medial.[10:23] E de tal maneira resulta das coisas ditas sobre as exprimíveis e sobre as mediais, a comensurável em comprimento com a medial ser dita medial e comensurável não somente em comprimento com ela, mas também em potência, já que em geral as comensuráveis em comprimento certamente também em potência. E caso alguma seja comensurável em potência com a medial, se também em comprimento, também assim são ditas mediais e comensuráveis em comprimento e em potência, e se em potência somente, são ditas mediais comensuráveis somente em potência.*

3. Observações Finais

Inicialmente, gostaríamos de comentar o impacto desse estudo no trabalho de tradução que estamos desenvolvendo. O número de variantes estruturais é muito pequeno, se tomarmos como comparação o total de 217 proposições principais dos livros de VII a X. Do ponto de vista de nosso trabalho tradutório específico, pretendendo produzir em português um texto de utilidade para historiadores da matemática e da ciência, bem como a qualquer leitor interessado em inspecionar os recursos textuais de que Euclides dispunha, entendemos ser vantajoso que fossem estabelecidas variantes estruturais equivalentes. São essas estruturas equivalentes que figuram nas traduções apresentadas na secção 2.

Em segundo lugar, devemos ressaltar também que a presença das estruturas formulares e matriciais na matemática grega deve ser explicada mais pela função de organizar idéias do que pela função prosódica que as justifica em Homero.[4] Ainda que o recurso seja o mesmo do ponto de vista morfológico, afinal trata-se de seqüências de palavras que vêm em grupo e que são lidas pelo significado que produzem em grupo mais do que pela adição dos significados particulares de cada uma, a função formular nos poemas orais é diferente da função formular na matemática. Isso não impediria, entretanto, que em um segundo momento, os matemáticos da Grécia antiga, herdeiros de uma forte e presente tradição oral, não soubessem tirar proveito do aspecto formular da matemática. Seria possível, em princípio, *improvisar* um texto matemático, tal como um aedo, a partir de um diagrama da geometria ou dos estudos sobre números ou grandezas. Uma indicação de que isso era uma prática possível é o tempo verbal com que muitas vezes os diagramas são apresentados, o imperativo perfeito, que ordena que no momento da enunciação uma ação já esteja feita, que seu resultado esteja presente: *tenha sido desenhado*, *tenha sido construído* e assim por diante. De posse de um repertório de fórmulas para designar os objetos, relações e operações mais comuns da matemática e de um repertório de matrizes sintáticas para combinar as idéias sobre esses elementos, o matemático grego poderia facilmente recitar a demonstração de um teorema ao mesmo tempo em que a elaborava, ou antes a reelaborava. Assim, a função cognitiva que mais influenciou o surgimento e a persistência do estilo formular na matemática pode ter sido a de criar os instrumentos para a organização da dedução, como é a tese de [Netz, 1999], mas uma vez criados esses instrumentos, um repertório formular pode ser usado de outras maneiras.

Por fim, vale a pena ressaltar a já reconhecida importância do mundo não letrado para a formação de nossos traços culturais. Contrariamente ao que um posicionamento evolucionista poderia pensar, não existe nenhum critério razoável que permita fazer uma comparação valorativa entre as tradições orais e as letradas:

> Há uma tendência para nós, da tradição européia, de esquecer como é extensa e como é fundamental nossa herança literária do mundo da oralidade, e existe também uma tendência correspondente a acreditar que o mundo letrado inventou algumas das características da literatura, que, em realidade, tiveram origem na literatura oral. Dentre elas, está a apreensão da forma e da estrutura [...], e muitos dos recursos denominados posteriormente como "retóricos", atribuídos às

---

[4] Para nos atermos às funções propriamente cognitivas. Em cada uma das tradições, o uso das fórmulas atende ainda a outro objetivo, a saber o de manter a tradição viva.

> escolas, foram, em realidade, criados no cadinho do mundo oral. O mundo da oralidade nos deu a anáfora, o uso da mesma palavra iniciando cada uma de uma série de linhas, a epífora, o uso da mesma palavra terminando cada uma de uma série de linhas, a aliteração, a assonância, a rima, tanto interna, medial, e final, o uso de uma estrutura balanceada caracterizada pelos paralelismos nas frases e outras formas de parataxe. Em suma, nossa poética é derivada do mundo da oralidade, com algumas adições e modificações introduzidas pelo mundo letrado. [Lord, 1991; 32]

Bibliografia

Aujac, Germaine. "Le langage formulaire dans la géométrie grecque." *Revue d'histoire des sciences.* XXXVII/2, 1984.

Bicudo, Irineu. *Primeiro Livro dos Elementos de Euclides*. Tradução de Irineu Bicudo. Rio Claro: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2001.

Euclides–Stamatis. *Euclidis Elementa, post Heiberg ed. E.S. Stamatis*, 5 volumes, Leipzig: Teubner, 1969–1977.

Finley, Moses I. *The World of Odysseus.* New York: New York Review Books, 2002. Primeira edição: 1954.

Gonçalves, Carlos H. B. *Os Elementos de Euclides: Livros de Números (Livros VII, VIII e IX) e de Grandezas Incomensuráveis (Livro X) - Estudos Introdutórios e tradução.* Em curso.

Lord, Albert B. "Homer, Parry, and Huso." *American Journal of Archaeology*, Vol. 52, No. 1. (Jan. - Mar., 1948), pp. 34-44.

Lord, Albert B. *The Singer of Tales.* Cambridge: Harvard University Press, 1960.

Lord, Albert B. "Words Heard and Words Seen". In: Lord, Albert B. *Epic Singers and Oral Tradition.* London: Cornell University Press, 1991.

Netz, Reviel. *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics.* Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

Parry, Milman. "Studies in the Epic Technique of Oral Verse-Making. I. Homer and Homeric Style." *Harvard Studies in Classical Philology*, Vol. 41. (1930), pp. 73-147.

Parry, Milman. "Studies in the Epic Technique of Oral Verse-Making: II. The Homeric Language as the Language of an Oral Poetry." *Harvard Studies in Classical Philology*, Vol. 43. (1932), pp. 1-50.

Proclo–Morrow. *Proclus. A commentary on the first book of Euclid's Elements*; translated with introduction and notes by Glenn R. Morrow. Princeton University Press, 1992. Primeira edição de 1970.

Thomas, Rosalind. *Letramento e Oralidade na Grécia Antiga.* São Paulo: Odysseus, 2005. Tradução por Raul Fiker de *Literacy and Orality in Ancient Greece*. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.

Vidal-Naquet, Pierre. *O Mundo de Homero*. São Paulo: Companhia das Letras, 2002. Tradução por Jônatas Batista Neto de *Le monde d'Homère*. Librarie Académique Perrin, 2000.

O autor agradece a Angélica Chiappetta e a João Gonçalves pela leitura de uma versão inicial deste artigo e por suas intervenções, sempre preciosas.

Carlos Henrique Barbosa Gonçalves
Escola de Artes, Ciências e Humanidades
Universidade de São Paulo

e-mail: bgcarlos@usp.br