Revista Brasileira de História da Matemática
Especial nº 1 – Festschrift Ubiratan D'Ambrosio – (dezembro/2007)
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

O MÉTODO DAS FUNÇÕES DE GREEN

Marcos Vieira Teixeira
Unesp - Rio Claro - Brasil

Introdução

George Green nasceu em Nottingham em 14 de julho de 1793. Seu pai foi primeiro padeiro em Nottingham e posteriormente um moleiro na vila de Sneinton nos arredores de Nottingham, na Inglaterra. Em 1828 Green publica seu *"Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism"*. Foi publicado em Nottigham, por subscrição privada, e cada um dos cinqüenta subscritores pagou 7 shillings e seis pences pela cópia. Entre eles estava Sir Edward Ffrench Bromhead, que era graduado em matemática em Cambridge e que posteriormente iria desempenhar um papel importante no caminho que Green seguiria. O "Essay" de Green, segundo William Thomson, foi escrito nos intervalos do trabalho no moinho de seu pai. É nesse ensaio que aparecem as grandes contribuições de Green para a matemática e para a física. Para a matemática, no que diz respeito ao cálculo de integrais de volume e às técnicas de resolução de equações diferenciais, alguma delas conhecidas hoje como Primeira Fórmula de Green, Teorema de Green ou Segunda Fórmula de Green, e o Método das Funções de Green , é nele também que aparece pela primeira vez o termo "potential", em eletricidade.

Pouco se conhece a respeito da formação educacional de Green até a publicação do "Essay". Em 1801 seu pai matriculou-o numa das principais escolas de Nottingham, a "Robert Goodacre's Academy", onde permaneceu por quatro períodos letivos, cerca de dois anos. Cannel[1] diz que provavelmente Green, após a passagem pela escola de Goodacre, teve como tutores dois diretores da Nottingham Grammar School, o reverendo John Challand Forrest que dirigiu esta escola de 1793 a 1806 e o reverendo John Toplis que a dirigiu de 1806 a 1819. Ambos eram graduados em matemática no Queen's College de Cambridge. Challand Forrest pode ter ensinado parte da matemática então estudada em Cambridge. John Toplis provavelmente introduziu Green na matemática e na física do continente europeu.

Em 19 de abril de 1828 Green envia a Bromhead a cópia de seu Essay, juntamente com uma nota de agradecimento. Bromhead, no dia seguinte, 20 de abril, escreveu uma carta agradecendo e se propondo a comunicar à Royal Societies of London and Edinburgh qualquer outra memória que Green viesse a escrever.

Green em 17 de maio de 1832 envia a Bromhead seu trabalho *"Mathematical Investigations Concerning the Law of the Equilibrium of a Fluid Analogous to the Electric Fluid with other similar researches"*. Bromhead enviou este artigo juntamente com uma

---

[1] Cannel (1993)

cópia do Essay ao seu amigo William Whewell, para ser apresentado na Cambridge Philosophical Society. Ele foi apresentado em 12 novembro de 1832, e impresso no Transactions of Cambridge Philosophical Society vol V, 1833. O referee foi Robert Murphy, Fellow of Caius College. Junto com esse segundo trabalho de Green, Murphy recebeu também uma cópia do "Essay". Murphy apresentou à Cambridge Philosophical Society seu artigo *"On the Inverse method of Definite Integrals with Physical Applications"*, que foi lido em março de 1832 e publicado no Transactions 4 (1833). Quando o artigo de Murphy foi publicado apareceu a seguinte nota de rodapé:

> The electrical action in the third section, is measured by the tension of the fluid which would be produced by a infinitely thin rod, communicating with the electrical body, by the attraction or repulsion of the matter; it is what Mr. Green, of Nottingham, in his ingenious Essay on this subject, has denominated the Potential Function.[2]

Em 1842 William Thomson[3] leu a referência de Murphy ao Essay de Green. Thomson estava interessado na teoria da atração e escreveu artigos sobre o assunto em 1842 e 1843. Ele só conseguiu uma cópia do Essay em 25 de Janeiro de 1845. Thomson deu uma cópia do Essay ao matemático alemão August Leopold Crelle, e este o publicou, com uma nota introdutória de Thomson, em sua revista o Journal für Mathematic[4], em três partes, em 1850, 1851 e 1853. Quando Thomson redescobre o "Essay", como ele mesmo afirma em sua nota introdutória, investigações independentes feitas por autores posteriores a Green, sobre assuntos tratados no "Essay" e sobre assuntos intimamente relacionados com eles, podem ser encontradas nos trabalhos de Chasles[5], Gauss[6], Sturm[7]·, do próprio Thompson[8] e Despeytous[9].

Desde o início, Thomson procurou tornar Green conhecido. No primeiro artigo que enviou para ser publicado no Liouville's Journal ele incluiu uma referência aos Teoremas de Green. Quando em 1872 ele editou seu "*Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism",* constituído pela reunião dos seus artigos publicados nos últimos trinta anos em vários periódicos, ele fez diversas referências a George Green.

Em 1833 Green decide ir para Cambridge com o objetivo de obter uma formação matemática mais completa e em janeiro de 1837 ele graduou-se em "Bachelor of Arts". Ele parmaneceu em Cambridge até a primavera de 1940, quando por problema de saúde retornou a Sneiton, falecendo em 31 de maio de 1841.

---

[2] Cannell (1993), pag. 144.

[3] William Thomson, posteriormente conhecido como Lord Kelvin, nasceu em Belfast na Irlanda, a 26 de junho de 1824 e morreu em Netherall na Escócia em 1907.

[4] Mais conhecido como Crelle's Journal.

[5] M. Chasles. Ènoncé de deux théorèmes généraux sur l'attraction des corps et la théorie de la chaleur. Comptes-rendus ; Paris, Févr. 11. 1839.

[6] Gauss memoir on the general Theorems relating to attractive and repulsive forces varying inversely as the square of the distance, Resultate aus den Beobachtungen des Magnetischen Vereins im Jahre 1939, Leipzig, 1840.

[7] Note sur um mémoire de Mr. Chasles. Liouvill'es Journal, setembro de 1842

8 Note sur la théorie de l'attraction. Liouville's Journal, junho de 1844.

9 Despeyroys Recherches sur les surfaces isothermes er sur l'attraction des Ellipsoides. Cerelle's Journal, tomo XXXI, 1845.

Segue uma relação dos trabalhos publicados por Green.
1. *"An Essay on the application of mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism"*. Nottinghem, 1928 .
2. *"Mathematical Investigations concerning the Law of the Equilibrium of a Fluid analogous to the Electric Fluid together with other similar researches"* Comunicado em 12 de novembro de 1832 e publicado no Tansactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. V, 1833.
3. *"On the Determination of the Exterior and Interior Attractions of Ellipsoids of Variable Densities"*. Comunicado em 6 de maio de 1833 e publicado no Tansactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. III, 1835.
4. *"On the Motion of Waves in a Variable Canal of Small Depth and Width*". Comunicado em 15 de maio de 1837, e publicado no Tansactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. VI, 1838.
5. *"On the Reflection and Refraction of Sound"*. Comunicado em 11 de dezembro de 1837 e publicado no Tansactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. VI, 1838.
6. *"On the Laws of the Reflection and Refraction of Light at the common Surface of two non-crystallized Media.,* Comunicado em 11 December 1837 e publicado no Tansactions of the Cambridge Philosophical Society, 1838.
7. *"Note on the Motion of Waves in Canals"*, comunicado em 18 fevereiro de 1839 e publicado no Transactions, vol. VIII, 1839., vol. VIII, 1839.
8. *"Supplement to the memoir on the Reflexion and Refraction of Light"*. Comunicado em 6 de maio de 1939 e publicado no Tansactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. VII, 1839.
9. *"On the Propagation of Light in crystallized media"*. comunicado em 20 de maio de 1939 e publicado no Tansactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. VII, 183910. *"Researches on the Vibration of Pendulums in Fluid Media"*. Comunicado em 16 de dezembro de 1833 e publicado no Transactions of the Royal Society of Edinburgh.

O Essay

O "Essay" está dividido em cinco partes. A primeira parte é o "Preface" e a segunda é denominada "Introductory Observations". As três partes seguintes estão divididas em 17 seções, cada uma das quais Green denomina "article". A terceira parte é denominada "General preliminary results" e contém as seções de 1 a 7, a qual poderíamos chamar de parte matemática do Essay. A quarta parte, "Application of the Preceding results to the theory of Electricity", contém as seções de 8 a 13. A quinta parte, "Application of the preliminary results to the theory of Magnetism", contém as seções de 14 a 17.

No primeiro artigo da terceira parte, Green considera uma distribuição de cargas elétricas em um corpo, com x', y' e z' as coordenadas retangulares de uma partícula desse corpo e ρ' a densidade de eletricidade nesta partícula. Desse modo, se $dx'dy'dz'$ é o volume da partícula, $\rho' dx'dy'dz'$ será a quantidade de eletricidade que ela contém, e se r' é a distância entre essa partícula e um ponto p exterior ao corpo, cujas coordenadas são x, y e z,

$r'=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$, e a soma de todas as partículas de eletricidade dividida por sua respectiva distância a esse ponto será

$$V = \int \frac{\rho' dx' dy' dz'}{r'} .$$

Essa função V Green denomina "função potencial".
Em seguida ele observa que Laplace demonstra, em sua Mec. Celeste[10], que a função V satisfaz a equação[11]

$$0=\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2},$$

que ele passa, a partir de então, a escrever na forma abreviada $0=\delta V$. Em seguida ele demonstra que a equação acima só é satisfeita para pontos no exterior do corpo, pois, para pontos no interior tem-se:

$$0=\delta V+4\pi\rho \text{ .}$$

É no terceiro artigo da terceira parte que ele enuncia e demonstra o que hoje chamamos *"Teorema de Green", ou "Segunda fórmula de Green". Ele é enunciado do seguinte modo:*

"Sejam U e V duas funções contínuas das coordenadas retangulares x , y , z , cujos coeficientes difereniais não se tornam infinitos em qualquer ponto dentro de um corpo sólido de qualquer formato; então teremos

$$\int dxdydzU\,\delta V+\int d\sigma U\left(\frac{dV}{dw}\right)=\int dxdydzV\,\delta U+\int d\sigma V\left(\frac{dU}{dw}\right);$$

A integral tripla extendida a todo o interior do corpo e aquela relative a $d\sigma$, sobre toda a sua superfície, da qual $d\sigma$ represnta um elemento: dw sendo uma linha reta infinitamente pequena perpendicular à superfície, medida da superfície em direção ao interior do corpo.

Inicialmente ele mostra, usando integração por partes, que

$$\int dxdydz\{\left(\frac{dV}{dx}\right)\left(\frac{dU}{dx}\right)+\left(\frac{dV}{dy}\right)\left(\frac{dU}{dy}\right)+\left(\frac{dV}{dz}\right)\left(\frac{dU}{dz}\right)\}=-\int d\sigma V\,\frac{dU}{dw}-\int dxdydz\,V\,\delta U\ ;$$

hoje conhecida como "Primeira fórmula de Green", e que atualmente é demonstrada usando o teorema da divergência. Então ele troca U e V na fórmula acima e toma a diferença entre as duas fórmulas obtidas, obtendo o resultado desejado.

---

[10] Mécanique Celeste, obra composta de 5 volumes publicada de 1799 a 1825.

[11] Lagrange, em uma memória sobre o movimento de corpos gravitacionais, tinha mostrado que as componentes da força de atração em qualquer ponto pode ser simplesmente expressa como a derivada da função que é obtida adicionando-se as massa de todas as partícula de um sistema atrativo, cada uma dividida pela sua distância do ponto; e Laplace tinha mostrado que esta função V satisfaz a equação $0=\delta V$. A History of The Theories of Aether & Eletricity. Sir Edmund Whittaker`.Dover Publications, Inc. 1989, pag. 61.

No artigo 4, Green mostra que dadas duas funções V e V' que satisfazem a equação de Laplace $0 = \delta V$ e $0 = \delta V'$. V definida numa superfície e nos pontos interiores à superfície e V' definida na superfície e nos pontos exteriores à superfície, e tais que, nenhuma delas tenha valores singulares, e $\overline{V} = \overline{V'}$, ou seja, que essas duas funções coincidem na superfície, e a uma distância infinita dessa superfície temos $V' = 0$, então existe uma única densidade de eletricidade ρ na superfície, que irá produzi-las, demonstrando que:

$$\rho = \frac{-1}{4\pi}\left\{\left(\frac{d\overline{V}}{dw}\right) + \left(\frac{d\overline{V'}}{dw'}\right)\right\}$$

O Método das Funções de Green.

No artigo 5, Green demonstra a fórmula $V' = -\int d\sigma(\rho)\overline{V}$, que fornece o valor V' da função potencial V em um ponto p', no interior de uma superfície, quando se conhece o valor $\overline{V}$ da função potencial nos pontos da superfície e a densidade de eletricidade (ρ), induzida na superfície pela ação de uma unidade de carga positiva colocada em p', estando a superfície em comunicação com a terra. E neste artigo que Green usa uma técnica que posteriormente se tornará importante na resolução de certos tipos de equações diferenciais de 2ª ordem, conhecida hoje como “Método das Funções de Green”.

Green, nas Observações Preliminares de seu “Essay”, diz que a demonstração da fórmula acima é o método que ele propõe em substituição ao método até então empregado para resolver o seguinte problema: Determinar a lei de distribuição de eletricidade em uma superfície condutora fechada A, sujeita à influência de uma força elétrica, que por simplicidade ele supõe ser reduzida a três, X, Y e Z na direção dos eixos coordenados. Segundo ele, o método até então empregado consistia, em primeiro lugar, reduzir o problema à equação:

$$cons = a = \int \frac{\rho\, d\sigma}{r} - \int (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz)\,;$$

onde ρ representa a densidade de eletricidade de um elemento $d\sigma$ da superfície, r a distância entre $d\sigma$ e um outro ponto p da superfície; sendo que a primeira integral é sobre toda a superfície A, e a segunda representa uma função cuja diferencial total é $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$, com x, y e z sendo as coordenadas de p. E em seguida esta equação era resolvida em alguns casos particulares onde condições particulares do problema permitiam obter uma solução relativamente simples. Segundo Green isto não era um procedimento regular e científico.

Vejamos como Green desenvolve o seu método:

Do que foi estabelecido anteriormente (art. 3), escreve Geen, é fácil demonstrar que se o valor da função potencial $\overline{V}$ em uma superfície fechada está dado, existe uma única função que satisfaz ao mesmo tempo a equação $0 = \delta V$, e a condição de V não ter valores singulares nessa superfície, a equação (3.) art. 3 torna-se, supondo $\delta U = 0$,

$$\int d\sigma \overline{U} \overline{\frac{dV}{dw}} = \int d\sigma \overline{V} \overline{\frac{dU}{dw}} - 4\pi V'.$$

Suposto, também, que U tenha um único valor singular, num ponto p' dentro da superfície, e, infinitamente próximo a esse ponto, seja "sensivelmente" igual a $\frac{1}{r}$; r sendo a distância a p'. Se agora tivéssemos que o valor de U, além de satisfazer as condições escritas acima, fosse igual a zero na própria superfície, teríamos $\overline{U} = 0$, e esta equação tornar-se-ia

$$(5.) \qquad 0 = \int d\sigma \overline{V} \overline{\frac{dU}{dw}} - 4\pi V',$$

o que mostraria que V', o valor de V no ponto p', é dado, quando seu valor na superfície é conhecido.

Para nos convencermos de que existe uma função U satisfazendo o que foi suposto, diz Green, concebamos que a superfície seja um condutor perfeito, posto em comunicação com a terra, e uma unidade de carga positiva seja colocada em p'. Então a função potencial total proveniente de de p' e da eletricidade que será induzida na superfície, será o valor requerido para U. Em conseqüência da comunicação estabelecida entre a superfície condutora e a terra, a função potencial total na superfície deve ser constante, e igual à da terra, isto é, ser igual a zero (note que desse modo eles formam um único corpo condutor). Tomando-se esse potencial total para U, nós temos evidentemente que $0 = \overline{U}$, $0 = \delta U$, e $U = \frac{1}{r}$ naquelas partes infinitamente próximas a p'. Como, além disso, essa função não tem outro ponto singular dentro da superfície, ela possui todas as propriedades assinaladas a U na demonstração precedente.

Novamente, desde que evidentemente nós temos $U' = 0$, para todo o espaço exterior à superfície, a equação (4) art. 4 fornece

$$0 = 4\pi(\rho) + \overline{\frac{dU}{dw}};$$

onde (ρ) é a densidade de eletricidade induzida na superfície, pela ação da unidade de eletricidade concentrada no ponto p'. Então a equação (5) torna-se

$$(6.) \qquad V' = -\int d\sigma(\rho)\overline{V} \ .$$

Esta equação é notável devido à sua simplicidade e singularidade, visto que ela fornece o valor do potencial para qualquer ponto p', dentro da superfície, quando $\overline{V}$, seu valor na superfície é conhecido, junto com (ρ), a densidade que uma unidade de eletricidade concentrada em p', poderia induzir na superfície, se ela conduzisse eletricidade perfeitamente, e fosse posta em comunicação com a terra.[12]

Para demonstrar a fórmula (6.) acima, Green, além de supor que $\delta V = 0$ e que V não possua valores singulares na superfície, supõe também a existência de uma função U que satisfaça às seguintes condições:

(i) $\delta U = 0$ no interior da superfície, exceto no ponto p' onde U tem uma singularidade.

(ii) Infinitamente próximo a p' temos que $U = \frac{1}{r}$, onde r é a distância do ponto considerado até o ponto p'.

(iii) $\overline{U} = 0$, ou seja, U se anula nos pontos da superfície.

(iv) $U' = 0$, ou seja, U se anula nos pontos situados no exterior da superfície.

Então ele aplica a sua fórmula

$$(3.) \qquad \int dxdydzU\,\delta V + \int d\sigma U\left(\frac{dV}{dw}\right) = \int dxdydzV\,\delta U + \int d\sigma V\left(\frac{dU}{dw}\right) - 4\pi V'\boldsymbol{;}$$

juntamente com as condições (i) e (ii) acima, obtendo a equação

$$\int d\sigma\overline{U}\,\overline{\frac{dV}{dw}} = \int d\sigma\overline{V}\,\overline{\frac{dU}{dw}} - 4\pi V' .$$

Notemos que nesta equação aparece uma derivada normal de V, a saber $\overline{\frac{dV}{dw}}$, e para eliminar esta derivada, pois em princípio ele conhece apenas os valores de V na superfície, ele usa a condição (iii) obtendo então a equação (5.)

$$(5.) \qquad 0 = \int d\sigma\overline{V}\,\overline{\frac{dU}{dw}} - 4\pi V' .$$

Para eliminar a derivada normal de U da equação acima ele usa as condições (iii) e (iv) para concluir que $\overline{\frac{dU'}{dw'}} = 0$ e aplica então sua equação

[12] Green (1828), pag. 366-7.

$$(4.) \qquad 4\pi\rho = -\left\{\left(\frac{d\overline{V}}{dw}\right) + \left(\frac{d\overline{V'}}{dw'}\right)\right\},$$

às funções U e U', obtendo

$$0 = 4\pi(\rho) + \frac{\overline{dU}}{dw};$$

substituindo o valor de $\frac{\overline{dU}}{dw}$, obtido da equação acima, na equação (5.), ele então obtém

$$(6.) \qquad V' = -\int d\sigma(\rho)\overline{V}$$

Observemos que para resolver a equação $\delta V = 0$, Green toma uma função U satisfazendo as propriedades (i) à (iv) acima e aplica suas fórmulas. É essa técnica que mais tarde vem a ser denominado "Método das Funções de Green". Atualmente todo livro de Física Matemática trata dessa técnica.

Após ter demonstrado que V' o valor da função potencial, em qualquer ponto p' dentro da superfície, está dado, desde que seu valor $\overline{V}$ na superfície seja conhecido, Green demonstra, que qualquer que seja o valor de $\overline{V}$, o valor geral de V dele deduzido acima satisfaz a equação $0 = \delta V$.

Finalizando a parte 5, Green demonstra que a fórmula anteriormente obtida, para o espaço interior de qualquer superfície fechada, pode igualmente é válida para o exterior de várias superfícies fechadas, desde que introduzamos a condição de que V' seja igual a zero a uma distância infinita dessas superfícies.

Considerações Finais

Na quarta parte de seu "Essay", Green determina o valor da densidade de eletricidade na superfície interna e externa de uma garrafa elétrica isolada, e deduz algumas conseqüências. Apresenta exemplos de determinação da distribuição de eletricidade em esferas e de efeitos, devido à atmosfera, em condutores metálicos perfeitos isolados. Apresenta também a aplicação de seu método ao estudo de um corpo condutor não perfeito, para ilustrar o fenômeno magnético, produzido pela rotação de corpos sob a influência do magnetismo terrestre.

Na quinta parte ele trata da teoria do magnetismo, tomando por base as hipóteses, propostas primeiramente por Coulomb, de que os corpos magnéticos são formados por um número infinito de elementos condutores, separados por intervalos absolutamente impermeáveis ao fluído magnético, obtendo condições necessárias para determinar o estado magnético induzido em um corpo, pela ação de forças magnéticas externas.

Em Teixeira (1998) analisei o que chamo a "parte matemática do "Essay", constituída pelas sete primeiras seções, ou "articles" como ele denominou, das 17 em que dividiu seu trabalho e que reuniu sob o nome de General Preliminary Results. Em Teixeira (2003) apresento uma parte dessa análise, correspondente ao teorema de Green ou Segunda

fórmula de Green , à primeira fórmula de Green, e à determinação de algumas relações entre a densidade de cargas elétricas na superfície de um corpo e a função potencial em pontos dentro e fora dele.
Em seu segundo trabalho, sobre a lei de equil[ibrio de fluídos analogos ao fluído elétrico, curiosamente, ele considera a lei repulsão das partículas do fluído considerado com inversamente proporcional à uma potência n da distância e não inversamente proporcional ao quadrado da distância.
Em seu terceiro trabalho, ele determina certas fómulas a partir das quais ele deduz o valor da atração exercida por um elipsóide sobre pontos no exterior e no interior suponto que a densidade não é constante e que o potencial é inversamente proporcional à potênica $(n-1)/2$.

Em seu artigo "On the Laws of the Reflexion and Refraction of Light at the common surface o two non-crystallized media", onde Green faz para a teoria da luz o que fez em seus dois artigos anteriores sobre ondas em um canal e a teoria do som. Com o objetivo de explicar a propagação de vibrações transversais através do eter luminoso, ele investigou as equações do movimento em sólido elástico, e enunciou pela primeira vez o ¨Princípio da Conservação do Trabalho".
No artigo sobre a propagação da luz em meios cristalinos, Green assume novamente o princípioo da conservação do trabalho.

Bibliografia

Cannell, D. M. (1988). George Green, Miller and Mathematician 1793-1841, City of Nottingham Arts Departments. Nottingham.

Cannell, D. M. e Lord, N.J. (1993). George Green, Mathematician and Physicist, 1793-1841. Mathematical Gazette, vol. 7, no. 478, pp. 26-50.

Cannell, D. M. (1993). George Green: Mathematician and Physicist 1793-1841: The Background to his Life and Work. The Athlone Press. London.

Ferrers, N. M. (1871). Mathematical Papers of George Green. London. Reimpresso em 1970, sem correções, exceto correções de errata, pela Chelsea Publishing Company, New York.

Green, G. (1828). "An Essay on the Application of Mathematical Analysis to the theories of Electricity and Magnetism.". Journal für Mathematic 39, 1850, 73-89; 44, 1852, 356-74 e 47, 1854, 161-221.

Kellogg, O. D.(1953). Foundations Of Potential Theory. Dover Publications, Inc. Edição integral e inalterada da primeira edição publicada em 1929.

May, K. O. (1973). Bibliography and Research Manual of the History of Mathematics. University of Toronto Press. Toronto and Buffalo.

Poincaré, H. (1995). O Valor da Ciência. Editôra Contraponto, Rio de Janeiro.

Teixeira, M. V. (1998). George Green e o Cálculo de Várias Variáveis: Aspectos Epistemológicos numa Perspectiva Histórica. Tese de Doutoramento. IGCE-UNESP.

Teixeira, M. V. (2003). Uma Análise Histórica de Alguns Aspectos do Texto "An Essay on the Aplication of Mathematical Analysis to the Theories of Eletricity and Magnetism" de George Green. . Revista Brasileira de História da Matemática, vol. 3, nº 6.

Thomson, W. (1884). Papers on Eletrostatics and Magnetism, 2ª edição, London: Macmillan. Primeira edição publicada em 1872.

Whittaker, E. T., (1989). A History of the Theories of Aether & Electricity. Dover Publications, Inc. New York. Esta é uma reedição completa e inalterada, em um único volume, da edição originalmente publicada em dois volumes, em 1951 e 1953 respectivamente, pela Thomas Nelson & Sons, Ltd. London.

Marcos Vieira Teixeira
Departamento de Matemática - IGCE
Unesp – campus de Rio Claro
Rio Claro – São Paulo - Brasil

E-mail: marti@rc.unesp.br