Revista Brasileira de História da Matemática –Vol. 22, nº 45 – pp. 44–54
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

O MICROCOSMO DA ANÁLISE: UMA RESPOSTA À QUESTÃO "O QUE É CÁLCULO?"

Carlos Eduardo de Freitas Siqueira
Universidade Estadual Paulista – UNESP – Brasil

(aceito para publicação em junho de 2022)

Resumo

O presente artigo propõe uma resposta à questão "O que é Cálculo?" baseado no entendimento de linguagem da Filosofia Analítica, em que uma definição explicita as conexões de uma palavra na teia linguística. Para abordar a mudança que ocorre nela através do tempo é necessário um aporte teórico da História, para tanto é utilizado o Movimento dos *Annales* como ponte entre as áreas do conhecimento. A partir da discussão de como os pressupostos historiográficos condicionam a História, é proposta uma História do Cálculo que foca no microcosmo das relações entre os matemáticos, que se desenvolveu de casos *ad hoc* até o rigor atual do Cálculo Infinitesimal.

Palavras-chave: Cálculo Infinitesimal, Filosofia Analítica, História da Matemática, Historiografia.

[THE MICROCOSM OF ANALYSIS: AN ANSWER TO THE QUESTION "WHAT IS CALCULUS?"]

Abstract

This article proposes an answer to the question of "What is Calculus" using Analytic Philosophy's understanding of language, which displays connections between words across a web of language. In order to approach developments and changes through time, this work applies the *Annales* Movement's theory to bridge different fields of study. Departing from how the historiographical suppositions conditions history, this work suggests a History of Calculus that focuses on the microcosm of relations between mathematicians—from *ad hoc* cases to the current Infinitesimal Calculus' rigor.

Keywords: Infinitesimal Calculus, Analytic Philosophy, History of Mathematics, Historiography.

Introdução

Para responder à pergunta "O que é Cálculo?" é necessário tanto um ferramental teórico adequado quanto um recorte. A Filosofia Analítica se mostra interessante para o primeiro por sua perspectiva ubíqua para definições, pela expressividade de matemáticos na corrente e pela herança intelectual ser vinculada ao tema. Sua abordagem é insuficiente para lidar com as mudanças na rede de significados, para isso o aporte teórico da História é indispensável e o Movimento dos *Annales* supre essa necessidade.

O embasamento teórico-metodológico é aplicado logo após seu estabelecimento em uma comparação entre os livros de História da Matemática de Boyer e de Roque com objetivo de explicitar sua importância e funcionamento.

As ponderações convergem em uma dupla teia de autores e palavras que interagem e se transformam através do tempo. O período apresentado é do século XVI ao XIX, indo de trabalhos pontuais, envolvendo o Cálculo Infinitesimal, até o caráter dado pela Escola Alemã. Desse modo, o referencial teórico e a História do Cálculo se conectam.

Lógica, linguagem e a análise perspícua

A Filosofia Analítica, encabeçada pelos ingleses George Edward Moore (1873 – 1958) e Bertrand Russell (1872 – 1970), surge no final do século XIX em contraposição ao idealismo absoluto e o empirismo psicologista. Sua ideia básica é a concepção de que a Filosofia deve ser feita por meio da análise da linguagem, em que a Lógica, tanto no seu caráter formal quanto semântico, também tem papel central (MARCONDES, 2004).

Marcondes (2004) ressalta a influência do alemão Gottfried Leibniz (1646 – 1716) para Russell assumir essa abordagem. Leibniz, nos seus estudos sobre Lógica, tentou elaborar um sistema simbólico para formalizar e testar a validade de argumentos, além disso, na sua oposição ao francês René Descartes (1596 – 1650), considerava a linguagem uma condição *sine qua non* ao pensar e que uma definição é uma proposição que associa um nome a outros nomes para estabelecer seu significado (MOREIRA, 2005). Esses interesses reverberam no orientado por Russell.

> *"2.151 A forma de afiguração é a possibilidade de que as coisas estejam umas para as outras tal como elementos da figuração.*
>
> *2.1511 É assim que a figuração se enlaça com a realidade; ela vai até a realidade.*
>
> *2.1512 Ela é como uma régua aposta à realidade."*(WITTGENSTEIN, 2017, p.137)

Hacker (2000) explica que para o austríaco Ludwig Wittgenstein (1889 – 1951) os problemas da Filosofia surgem porque a linguagem apresenta conceitos muito diferentes sob aparência muito semelhante. Uma análise perspícua é expor essas relações lógico-linguísticas.

A partir disso, responder "O que é Cálculo?" é evidenciar o liame de ligações da palavra "Cálculo" (MARQUES, 2005). No entanto essa rede se transforma com o desenvolvimento da História da Matemática e da Filosofia da Matemática (MENEGHETTI; BICUDO, 2002). Faz-se necessário um recorte histórico e um ferramental teórico apropriado, para tanto o Movimentos dos *Annales* é utilizado como ponte para entender os pressupostos da escrita da História.

Historiografia

"História" é um termo que está no cotidiano das pessoas desde a infância, por consequência disso, ao ser perguntado "O que é História?" o indivíduo se vê na condição de responder (BORGES, 1993). Isso não se repete com "morfismo", pois a estranheza da palavra traz à tona o desconhecimento. Ademais, a miríade de significados relacionados à primeira torna o emaranhamento conceitual na teia linguística mais complexo (HACKER, 2000).

História é uma área do conhecimento que remete à Antiguidade Clássica, mas sua concepção toma os moldes atuais a partir do século XVIII com a formação dos estados nação. A emergência do nacionalismo requer a narrativa de um passado glorioso da nação, portanto de um profissional para isso (HISTÓRIA FM 053, 2021). Isso ocorre concomitantemente com o início das faculdades modernas. O resultado dessas transformações é o surgimento dos cursos de História. No século XIX, a discussão de História como ciência resulta em correntes como o Historicismo (HISTÓRIA FM 042, 2020). Reis (2011) afirma que o *Annales* no XX é um esforço para aproximá-la das Ciências Sociais.

A Primeira Guerra Mundial é um ponto de inflexão que resulta em novas correntes historiográficas. Para este artigo destaca-se o *Annales* fundado pelos franceses Lucien Febvre (1878 – 1956) e Marc Bloch (1886 – 1944). Reis (2011, p.89) resume sua aspiração destacando que,

> *"Os Annales recusaram, fundamentalmente, a história política, que era a história a serviço dos Estados nacionais: seus heróis, suas batalhas, sua diplomacia, suas pretensões imperialista.* (...).
>
> *A história política encarnaria, portanto, todas as recusas ideológicas e epistemológicas do Annales."*

Esse movimento é divido em três gerações. A primeira de 1920 a 1945 pelo seu aspecto subversivo e confronto contra a História Tradicional. A segunda se aproxima do conceito de escola historiográfica ao se tornar o *status quo*. A terceira começa por volta de 1968, volta-se contra si mesma ao confrontar o que foi estabelecido e é caracterizada pela fragmentação e internacionalização (BURKE, 2010).

A Segunda Geração é centrada na figura do francês Fernand Braudel (1902 – 1985). Destaca-se sua importância na formação da intelectualidade histórica brasileira ao ter participado da formação da Universidade de São Paulo. Isso se retroalimenta com o uso da França como modelo intelectual e do francês como segunda língua até os anos 80 (HISTÓRIA FM 035, 2020). Burke (2010) reforça e complementa citando a trilogia de Gilberto Freyre (1900–1987) sobre a História do Brasil como exemplo dessa influência. Além disso, ele salienta que essa influência se apresenta em toda a América Latina, porém pouco se vê dela na América Anglo-Saxônica. Essa diferença é ilustrada contrapondo o estadunidense Carl Boyer (1906–1976) e a brasileira Tatiana Roque (1970 –) que representam, respectivamente, a historiografia tradicional e uma influenciada pelos *Annales*.

As Histórias da Matemática de Boyer e Roque

Os livros sobre a História da Matemática de Boyer de 1968 e de Roque de 2012 não se distanciam apenas pela data de publicação. Existe algo mais fundamental do que a atualidade das fontes. A análise lógico-linguística (MARCONDES, 2004) é uma ferramenta que esclarece essa questão.

O subtítulo de Roque "Uma visão crítica desfazendo mitos e lendas" é o ponto de partida. A primeira ideia que emerge é discutir a veracidade de histórias como a raiz de dois, Pitágoras e o *eureka* de Arquimedes. Essa ideia é verdadeira, porém insuficiente. É necessário abordar outro aspecto de "mitos e lendas": histórias de glória e heróis.

Roque explica sua posição historiográfica e objetivo na introdução. Sua intenção é contrapor a "História da Matemática Tradicional" representada por Boyer. A proposta do estadunidense é História da Matemática pela Matemática, em que aspectos de História Geral aparecem somente quando necessário, focando nos matemáticos e nos seus feitos.

A diferença entre essas obras são os preceitos historiográficos nos quais se baseiam. Boyer parte da História dos Grandes Nomes e Roque da História Cultural e do Materialismo Histórico. A primeira conta conquistas heroicas dos matemáticos enquanto a segunda se opõe a ela ao colocá-las como consequência de estruturas. Isso pode ser ilustrado na diferença de tratamento que o italiano Galileu Galilei (1564 – 1642) recebe em seu tópico específico em cada livro.

Em Boyer (2012), o capítulo 15 "Análise, síntese, o infinito e números" tem como primeiro e imediato o tópico "As *duas novas ciências* de Galileu", no qual relata seus resultados na Astronomia e na Física, relacionando-os com seções cônicas, e afirma que ele organizou e melhorou o rigor matemático das ideias do francês Nicole Oremes (1323 – 1382).

Em Roque (2012), o capítulo 5 "A Revolução Cienífica e a nova geometria do século XVII", começa com uma síntese do que seria o "Relato tradicional" e o objetivo desse capítulo, no qual a crítica à tese da Revolução Científica é central. O tópico específico "Galileu e a nova ciência" discute, primeiramente, o papel dos experimentos para o pensador, questiona a ideia de gênio e aborda seu lugar no contexto de desenvolvimento de uma sociedade capitalista, então é tratada a parte matemática.

Assim, sem entrar em pormenores sobre Historiografia e História da Matemática devido ao escopo deste artigo, é possível perceber como os pressupostos historiográficos condicionam a escrita da história. Essas considerações retornam à analise perpícua.

Wittgeinsten defendia que a tarefa da Filosofia é desfazer os nós da teia linguística, para tanto é necessário revelar os pressupostos, expor as relações lógicas na linguagem e rearranjar as informações que já existem para gerar esclarecimento de sentido (HACKER, 2000).

Retoma-se à proposta de que o Cálculo Infinitesimal existe em uma dupla teia de autores e palavras que se transformou através do tempo. O rearranjo feito busca enfatizar as conexões que existiram entre seus autores no recorte histórico do século XVI ao XIX.

O que é Cálculo?

Apostol (1967) diz que o Cálculo é uma coleção de ideias fascinantes e excitantes que interessou a humanidade por séculos. Ideias envolvendo velocidade, área, volume, taxa de crescimento, continuidade e retas tangentes. Esses tópicos orbitam dois problemas de natureza geométrica: a área sob uma curva e a reta tangente a um dado ponto dela. O Cálculo Integral lida com a primeira e o Diferencial com a segunda.

Essa representação do imaginário comum é útil para introduzir o assunto, mas sozinha é limitada e limitante. Ela foca em tópicos específicos sem pensar em como são tratados. Por que “área” é citada, mas seu desenvolvimento ocorreu século no XVI? O conceito e cômputo de áreas aparecem em muitas civilizações e épocas. Os Paradoxos de Zenão também não o perpassam? Além disso, ela vincula necessariamente o Cálculo à Física e à Geometria.

O que diferencia o Cálculo Infinitesimal das abordagens até o século XVI é o método como ele lida com esses tópicos. Bell (2017) explica que essa mudança é resultado do deslocamento do problema do contínuo da metafísica para a técnica, utilizando os infinitesimais como uma ponte entre o contínuo da Geometria e o discreto da Aritmética. No entanto esse método não foi sempre o mesmo. A História do Cálculo mostra como esses tópicos foram tratados à medida que os matemáticos recebiam e exerciam influência entre si.

História do Cálculo

O grego Arquimedes de Siracusa (287–212 a.E.C) é considerado um pioneiro quando se fala sobre Cálculo. Sua abordagem para calcular áreas utilizando inscrições e circunscrições de polígonos de lados cada vez maiores ou secções cada vez menores e seu uso do infinito real em vez do potencial envolve conceitos que hoje são padrão (APOSTOL, 1967; NETZ; NOEL, 2009).

Então, por que o Cálculo só apareceu no século XVII? Boyer (2012) responde com a perseguição e o fechamento das academias da Grécia Clássica por causa da ascensão do Cristianismo ao poder. Parte dos intelectuais conseguiu fugir para o oriente, mas a estrutura de troca e criação de conhecimento foi destruída.

A abordagem de Grabiner (1983a) fornece outra resposta. Segundo ela, para Cauchy fundamentar o Cálculo em bases rigorosas foi necessário a mudança de mentalidade sobre o rigor, desenvolvimento da Álgebra de Inequações e a exploração de propriedades do Cálculo. Aplicando nessa questão, para que Leibniz e o inglês Isaac

Newton (1643–1727) estruturassem o Cálculo foi necessário a mudança de mentalidade em relação ao infinito, o desenvolvimento da Geometria Algébrica e a exploração de problemas de maneira *ad hoc*, ou seja, de maneira pontual e não sistematizada.

O primeiro aspecto a ser mencionado é o desenvolvimento da Álgebra, que pode ser delineado por meio de alguns marcos: as técnicas de manipulações e abreviações do grego Diofanto (200–284), o afastamento entre grandeza e número e resoluções por algoritmo do persa Al-Khwarizmi (790–850) e a sistematização do cálculo simbólico envolvendo grandezas abstratas pelo francês François Viète (1540–1603) (ROQUE, 2012). Boyer (2012) acrescenta a importância do flamengo Stevin pela sua preferência de notações puramente simbólicas em vez de abreviações e uso do sistema posicional na Álgebra.

> *"Durante o fim do século dezesseis e início do século dezessete, um número crescente de comerciantes, proprietários, cientistas e praticantes de matemática sentiram a necessidade de meios que simplificassem cálculos aritméticos e medidas geométricas e que permitissem que uma população, em grande parte analfabeta e com dificuldades numéricas participassem das transações comerciais da época."* (BOYER, 2012, p.219).

A Europa viveu no início da modernidade a difusão do conhecimento da Geometria Clássica, particularmente de Arquimedes, e o enfraquecimento da amarra do pensamento aristotélico (BELL, 2017). Roque (2012) ressalta que a Europa ocidental conheceu os tratados mecânicos de Arquimedes no século XIII, mas só realmente se apropriou deles no século XVI.

> "(...) *a quantificação e a medida como integrantes fundamentais do novo ideal de compreensão da natureza podem nos ajudar a entender o papel da matemática e os novos contornos que ela adquiriu na época. Essa é a "revolução matemática" do século XVII, assim designada por Evelyne Barbin* (...)" (ROQUE, 2012, p.315).

A mudança de mentalidade não foi homogeneamente aceita. A disputa entre Cavalieri e os Jesuítas exemplifica esse processo. No final do século XVI, o jesuíta alemão Cristóvão Clávio (1538–1612) foi um dos responsáveis pela reforma gregoriana do calendário. Esse golpe de sucesso, durante a Contrarreforma, fez com que o prestígio da Matemática na Companhia de Jesus aumentasse e que o entendimento de Clávio da Geometria Euclidiana como representação da ordem eterna se tornasse a norma. O Método dos Indivisíveis do matemático italiano e aluno de Galileu, Bonaventura Cavalieri (1598–1647) é entendido como uma afronta a essa concepção teológica da geometria. Os infinitamente pequenos foram banidos, Cavalieri perseguido e sua ordem, os Jesuatas[1], fechada (ALEXANDER, 2016).

Cavalieri baseou-se no uso dos indivisíveis do alemão Johannes Kepler (1571–1630) e foi inspiração para outros matemáticos, como o francês Gilles de Roberval (1602–1675) e o italiano Evangelista Torricelli (1608–1647). Ambos desenvolveram resultados sobre áreas de cicloides, retas tangentes e movimento (BOYER, 2012). O segundo teve grande influência em Leibniz e nos ingleses John Wallis (1616 – 1703) e Isaac Barrow (1630–1677) (ALEXANDER, 2016). Além disso, os franceses Pierre de Fermat (1601–1655) e Blaise Pascal (1623–1662) utilizaram uma nova versão do método com retângulos em vez de linhas para calcular áreas delimitadas por curvas (ROQUE, 2012).

Na década de 1630, os franceses René Descartes e Pierre de Fermat inventaram a Geometria Analítica, um método para estudar todas as curvas que entende o aspecto gráfico e suas equações equivalentes (GRABINER, 1983b). No entendimento de Meneghetti e Bicudo (2002), o desenvolvimento da Álgebra e da Geometria Analítica enfraqueceu o aristotelismo e aumentou a aceitação do uso dos infinitamente pequenos.

Em 1659, o holandês Johann Hudde (1628–1704) determinou uma fórmula para achar máximos e mínimos de funções polinomiais. Fermat, Wallis e Barrow, entre outros matemáticos do século XVII, já sabiam como achar uma reta tangente usando secantes. Em resumo, nessa época, tanto o aspecto computacional quanto as relações geométricas entre extremos e tangentes eram bem entendidos (GRABINER, 1983b).

Grabiner (1983a) entende que o desenvolvimento da derivada se deu em etapas. Primeiro ela foi *usada*, então *descoberta*, depois *explorada* e *desenvolvida*, para finalmente ser *definida*. Davitt (2000) concorda com essa perspectiva e mostra que funciona em outros tópicos (DAVITT; GRABINER, 2021). Utilizando-a o Cálculo era amplamente *usado* do século XVI a meados do XVII.

Leibniz e Newton no final do século XVII o *descobriram*. A novidade do trabalho deles foi o grau de generalidade e unidade (ROQUE, 2012) para achar tangentes, extremos e áreas nos conceitos de derivada e integral com um sistema notacional que facilitasse seu uso e argumentando que os dois são inversos (GRABINER, 1983a). Na próxima etapa funções e equações diferenciais são centrais.

O suíço Leonhard Euler (1707–1783), aluno do também suíço Johann Bernoulli (1667–1748), que, por sua vez, foi aluno de Leibniz e mentor do francês Marquês de L'Hôpital (1661–1704), foi quem transformou a visão do Cálculo para o estudo de funções. Seu objetivo era maximizar a aplicação da Álgebra, que, no seu entendimento, falava sobre definições abstratas em vez de quantidades ou grandezas (ROQUE, 2012). A linguagem tinha um papel central na obra de Leibniz desde sua contraposição a Descartes até os primeiros passos para a Lógica Matemática (MOREIRA, 2005). Isso se reflete no seu discípulo de segunda geração. A importância do seu estudo sobre expressões analíticas e as suas notações é explicitada no elogio de Boyer (2012, p.305),

---

[1] Os Jesuatas foram uma ordem católica fundada em 1360 pelo italiano Giovanni Colombini (1300 – 1367) e abolida em 1668 pelo papa italiano Clemente IX (1600 – 1669). Não confundir com os Jesuítas fundada em 1540 pelo espahol Inácio de Loyola (1491 – 1556).

> *“Pode ser dito, com justiça, que Euler fez pela análise de Newton e Leibniz o que Euclides fizera pela geometria de Eudoxo e Teaetetus, ou o que Viète fizera pela álgebra de al-Khwarizmi e Cardano. Euler tomou o cálculo diferencial e o método dos fluxos e tornou-os parte de um ramo mais geral da matemática, que a partir daí é chamado “análise” — o estudo de processos infinitos.”*

O estudo dos processos infinitos se refere ao trabalho sobre séries. Nessa época, a integral era somente uma antiderivada, e nem sempre é possível realizar a operação inversa. Devido a essa limitação, matemáticos, como Euler, usavam somas para aproximá-la. Em 1715, o inglês Brook Taylor (1685–1731) publicou a expansão que hoje leva seu nome. Ela foi antecipada por Newton e pelo escocês James Gregory (1638–1675), porém sua importância só foi reconhecida com o escocês Colin Maclaurin (1698–1746), Euler e o ítalo-francês Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) (GRABINER, 1983b).

Grabiner (1983a, 1983b) explica que a Matemática do século XVIII apresentava um limite superior devido à falta de rigor. Lagrange, em correspondência com o francês Jean d’Alembert (1717–1783), chamou-a de decadente. Em 1770, ele se preocupou com a maneira que Euler aplicou séries em equações diferenciais. Enquanto lecionava Análise na Escola Politécnica de Paris, escreveu duas grandes obras, nas quais abordava os fundamentos do Cálculo. Dentre os seus resultados estão o entendimento da derivada como uma função e que funções são expressões algébricas, sejam finitas ou infinitas, que estabelecem uma relação de dependência. Seu interesse na fundamentação, inspirado na generalidade da Álgebra, influenciou outros matemáticos.

Alguns matemáticos, como o suíço Simon Lhuilier (1750–1840), o francês Lazare Carnot (1753–1823), o alemão Friedrich Gauss (1777–1855) e o tcheco Bernard Bolzano (1781–1848), tentaram *definir* o Cálculo, mas foi o francês Augustin-Louis Cauchy (1789–1857) quem conseguiu. Cauchy, baseado nos trabalhos de Lagrange, definiu o Cálculo ao sistematizar o conceito de limite na Álgebra de Inequações, formalizar rigorosamente a convergência de séries e provar, pela primeira vez, a equivalência entre a antiderivada e limite de somas, ideia que Euler foi pioneiro (GRABINER, 1983a, 1983b).

Grabiner (1983a, 1983b) conclui que a fundamentação de Cauchy é o ponto de partida dos alemães Bernhard Riemann (1826 – 1866) e Karl Weierstrass (1815–1897) que criaram o caráter atual de rigor do Cálculo. Durante esse processo, ocorreu o distanciamento constante de conceitos, como quantidade e grandeza, especialmente no final, quando surgiu a Matemática Pura (ROQUE, 2012). A doutrina logicista, liderada por Russell, é consequência desse movimento de retorno aos fundamentos da Matemática que começa no século XIX (COSTA, 2008). Para Russell, o trabalho da Escola Alemã resultou em uma das maiores vitórias da Matemática Moderna – saber o que a Matemática realmente é – e o abandono do senso comum é um preço pequeno a se pagar pela consistência lógica (MONK, 2000).

Considerações finais

Ao propor a pergunta "O que é Cálculo?" é necessário selecionar uma abordagem para respondê-la. Abordagem e pressupostos se confundem, portanto, ao decidir um, o outro é consequência. Neste caso, a concepção da Filosofia Analítica de que definir uma palavra é evidenciar totalidades das possibilidades de ligações na teia linguística em conjunto com uma abordagem que enfatiza a contribuição de vários matemáticos foram escolhidas.

É observado que o Cálculo começou com métodos não sistematizados para problemas específicos, foi unificado em um sistema generalizante e, finalmente, estabelecida uma base rigorosa. Durante esse processo, as razões infinitesimais de Leibniz e os fluxos de Newton foram substituídos por uma álgebra cada vez mais abstrata ao mesmo tempo em que a própria Matemática se distanciava de conceitos como grandezas e quantidades. Esse desenvolvimento também reflete na formação da própria base teórica deste artigo, que se preocupa com os pressupostos, como uma herança intelectual.

A História do Cálculo mostra que seus objetos internos e métodos mudaram com o tempo e com a interação entre os matemáticos, portanto fixar a resposta no entendimento de uma época ou de algum autor, como é feito geralmente com Leibniz e Newton, não responde satisfatoriamente à pergunta "O que é Cálculo?".

O rearranjo de seus elementos feito neste artigo evidencia o significado das interações entre seus autores. Essas interações podem ser avanços em técnicas, como Kepler, Cavalieri, Pascal e Fermat. Sistematização das técnicas de até então, como Leibniz e Newton. Relação de professor e aluno como Galileu e Cavalieri ou Leibniz, Johann Bernoulli e Euler. Fonte de inspiração como Lagrange, Lhuilier, Carnot, Gauss e Cauchy. Usando trabalho de outros como base para um avanço no rigor, como Cauchy com Lagrange e a Escola Alemã com Cauchy. Sintetizando as considerações surge uma resposta: o Cálculo é o microcosmo de interações entre seus autores.

Bibliografia

ALEXANDER, Amir. *Infinitesimal*: A teoria matemática que revolucionou o mundo. 1ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2016.

APOSTOL, Tom Mike. *Calculus*: One-Variable Calculus, with an introduction to Linear Algebra. 2ed. v. 1. Waltham: Xerox Coporation, 1967.

BELL, John Lane. Continuity and Infinitesimals. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Summer 2017. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2017.

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. *História da Matemática*. 3ed. São Paulo: Blucher, 2012.

BURKE, Peter. *A Escola dos Annales (1929–1989)*: A revolução da historiografia francesa. 2ed. São Paulo: Editora Unesp, 2010.

BORGES, Vavy Pacheco. *O que é história*. 2ed. São Paulo: Brasiliense, 1993.

COSTA, Newton Carneiro Afonso. *Introdução aos Fundamentos da Matemática*. 4ed. São Paulo: Hucitec, 2008.

DAVITT, Richard Michael. The Evolutinary Character of Mathematics. *Mathematics Teacher*. v. 93, n. 8, p. 692–694, nov. 2000.

DAVITT, Richard Michael; GRABINER, Judith Victor. The Evolutionary Character of Mathematics. *Convergence*. v. 18, feb. 2021.

GRABINER, Judith Victor. Who Gave You the Epsilon? Cauchy and the Origins of Rigorous Calculus. *The American Mathematical Monthly*. v. 90, n. 3, p. 185–194, mar. 1983a.

GRABINER, Judith Victor. The Changing Concept of Change: The Derivative from Fermat to Weierstrass. *Mathematics Magazine*, v. 56, n. 4, p. 195–206, set. 1983b.

HACKER, Peter Michael Stephan. *Wittgenstein*: Sobre a natureza humana. 1ed. São Paulo: Editora Unesp, 2000.

HISTÓRIA FM 035: História como ciência: quem é quem na Historiografia? Entrevistador: Icles Rodrigues. Entrevistado: Julio Bentivoglio. [s.l.] Leitura ObrigaHISTÓRIA, 24 ago. 2020. *Podcast*. Disponível em https://anchor.fm/historia-fm/episodes/035-Histria-como-cincia-quem--quem-na-historiografia-eidurc. Acesso em: 17/12/2021.

HISTÓRIA FM 042: Historicismo: o que você precisa saber para entender. Entrevistador: Icles Rodrigues. Entrevistada: Flávia Varella. [s.l.] Leitura ObrigaHISTÓRIA, 2 nov. 2020. Podcast. Disponível em https://anchor.fm/historia-fm/episodes/042-Historicismo-o-que-voc-precisa-saber-para-entender-elobhi. Acesso em: 18/12/2021.

HISTÓRIA FM 053: Annales: o que você precisa saber para entender. Entrevistador: Icles Rodrigues. Entrevistado: Jougi Guimarães. [s.l.] Leitura ObrigaHISTÓRIA, 29 mar. 2021. Podcast. Disponível em: https://anchor.fm/historia-fm/episodes/053-Annales-o-que-voc-precisa-saber-para-entender-etep83. Acesso em: 19/12/2021.

MARCONDES, Danilo. *Filosofia Analítica*. 1ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2004.

MARQUES, Edgar. *Wittgenstein & o Tractatus*. 1ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2005.

MENEGHETTI, Renata C. Geromel; BICUDO, Irineu. O que a história do desenvolvimento do cálculo pode nos ensinar quando questionamos o saber matemático, seu ensino e seus fundamentos. *Revista Brasileria de História da Matemática*. v. 2, n. 3, p. 103-118, abr. 2002.

MONK, Ray. *Bertrand Russell*: Matemática, sonhos e pesadelos. 1ed. São Paulo: Editora Unesp, 2000.

MOREIRA, Viviane De Castilho. *Leibniz & a Linguagem*. 1ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2005.

NETZ, Reviel; NOEL, William. *Códex Arquimedes*. 1ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.

REIS, José Carlos. *A História, entre a Filosofia e a Ciência*. 4ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*: Uma visão crítica desfazendo mitos e lendas. 1ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

WITTGENSTEIN, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. 3ed. São Paulo: Edusp. 2017.

Carlos Eduardo de Freitas Siqueira
Universidade Estadual Paulista – UNESP – Campus de Guaratinguetá – Brasil

E-mail: carlos.e.siqueira@unesp.br